

© Автор 2023 г. Открытый доступ.  
Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution  
License 4.0 International (CC BY 4.0)



© The Author 2023. Open access.  
Content is available under Creative Commons Attribution  
License 4.0 International (CC BY 4.0)

УДК 550.344.4

<https://doi.org/10.30730/gtr.2023.7.2.149-159>

<https://www.elibrary.ru/ejvxse>

## Проблема оценки точности параметров цунамиактивности\*

*В. М. Кайстренко*

*E-mail: vict-k@mail.ru*

*Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск, Россия*

**Резюме.** Целью статьи является теоретическое развитие вероятностной модели для последовательности цунами пуассоновского типа, согласующейся с данными о проявлениях исторических событий, с целью получения оценок точности параметров цунамиактивности. На базе теоретического очерка построен пример функции повторяемости цунами, важнейшей количественной характеристики цунамиактивности, для порта Малокурильское (Южные Курильские острова), одного из мест с надежным рядом данных регистрации цунами. На основе графиков функций плотности вероятности ранжированных высот цунами дано объяснение слабой статистической устойчивости больших значений высот цунами, особенно наибольшего в ряду наблюдений. В частности, это означает, например, что максимальное значение высоты цунами, зарегистрированное в некотором месте в течение 30-летнего периода наблюдений, следует соотносить с широким диапазоном возможных периодов повторяемости примерно от 10 до 100 лет. Синтетические каталоги высот цунами, построенные для порта Малокурильское, показали, что для получения параметров цунамиактивности с приемлемой точностью 10 или 5 % нужны полные (без пропусков) ряды высот цунами в заданном месте длительностью не менее 250 или 500 лет. Самым важным результатом является получение аналитических формул для дисперсий оценок параметров цунамиактивности, характеризующих точность этих оценок, в зависимости от априори неизвестных значений параметров цунамиактивности и количества используемых данных.

**Ключевые слова:** цунами, заплеск, повторяемость, цунамиактивность, цунамиопасность, вероятностная модель, статистика

## The problem of estimating the accuracy of the tsunami activity parameters\*

*Victor M. Kaistrenko*

*E-mail: vict-k@mail.ru*

*Institute of Marine Geology and Geophysics, FEB RAS, Yuzhno-Sakhalinsk, Russia*

**Abstract.** The subject of the article is the theoretical development of the probabilistic model for a Poisson-type tsunami sequence that is consistent with data on the manifestations of historical events, in order to obtain estimates of the accuracy of the tsunami activity parameters. An example of a tsunami recurrence function, which is the most important quantitative characteristic of tsunami activity for the Port of Malokurilskoye, one of the places in the South Kuril Islands region with the most reliable tsunami height dataset, was created on the basis of a theoretical essay. An explanation for the weak statistical stability of all large values of the tsunami heights, especially for the largest one in the series of observations, was given based on the probability density functions of the ranked tsunami heights. In particular, it means, for example, that the maximum tsunami height recorded at a certain location during a 30-year observation period should be correlated with a wide range of possible recurrence periods of about 10 to 100 years. Synthetic catalogs of the tsunami heights, built for the Port of Malokurilskoye, showed that the tsunami height datasets with a duration of at least 250 or 500 years without gaps are needed to obtain the tsunami activity parameters with an acceptable accuracy of 10 or 5 %.

The most important results are the analytical equations for the variances of estimates of the tsunami activity parameters, which characterize the accuracy of these estimates, depending on a priori unknown values of the tsunami activity parameters and the amount of data used.

**Keywords:** tsunami, run-up height, recurrence, tsunami activity, tsunami hazard, probabilistic model, statistics

\* Полный текст данной статьи на английском языке размещен на сайте журнала [The full text of this article in English can be found on the website of the «Geosystems of Transition Zones» journal]: <http://journal.imgg.ru/web/full/f-e2023-2-3.pdf>

**Для цитирования:** Кайстренко В.М. Проблема оценки точности параметров цунамиактивности. *Геосистемы переходных зон*, 2023, т. 7, № 2, с. 149–159. <https://doi.org/10.30730/gtrz.2023.7.2.149-159>; <https://www.elibrary.ru/ejvxse>

**For citation:** Kaistrenko V.M. The problem of estimating the accuracy of the tsunami activity parameters. *Geosistemy perehodnykh zon = Geosystems of Transition Zones*, 2023, vol. 7, no. 2, pp. 149–159. (In Russ. & Engl.). <https://doi.org/10.30730/gtrz.2023.7.2.149-159>; <http://journal.imgg.ru/web/full/f-e2023-2-3.pdf>

### Финансирование и благодарности

Исследование выполнено в рамках государственного задания Института морской геологии и геофизики ДВО РАН «Мониторинг и моделирование океанологических процессов, прогнозирование катастрофических явлений на шельфе и в прибрежной зоне» (№ 121021000268-9). Приношу благодарность уважаемым рецензентам за полезные замечания и советы, улучшившие изложение материала статьи.

### Funding and Acknowledgements

The study was carried out within the framework of the state task of the Institute of Marine Geology and Geophysics of the Far Eastern Branch of RAS «Monitoring and modeling of oceanological processes, prediction of catastrophic events on the shelf and in the coastal zone» (no. 121021000268-9). I would like to thank the respected Reviewers for the helpful comments and advices that improved the presentation of the article.

### Введение

Цунами – опасное природное явление, представляющее собой волновой процесс в океане, вызываемый, как правило, сильным подводным землетрясением, реже извержением вулкана, расположенного в акватории, или сходом гигантского оползня [1]. Значительная часть дальневосточного побережья России в различной степени подвержена воздействию цунами. Самое катастрофическое по своим последствиям цунами в ноябре 1952 г. привело к гибели нескольких тысяч человек и практически уничтожило все населенные пункты на побережье Северных Курильских островов и юга Камчатки (рис. 1) [2].

Сравнительно недавнее цунами 15 ноября 2006 г. сопровождалось залесками высотой до 20 м на центральных Курильских островах. Это цунами не вызвало серьезных негативных последствий лишь по причине отсутствия постоянного населения и инфраструктуры на этих островах [3]. Цунами 11 марта 2011 г., вызвавшее катастрофические последствия на побережье Японии, подошло к Южным Курильским островам достаточно ослабленным и, тем не менее, оказало серьезное негативное воздействие на островное портовое хозяйство, поскольку сопровождалось подвижками тяжелых прибрежных льдов [4].

Наличие в прибрежной зоне Дальнего Востока России населенных пунктов, портов



**Рис. 1.** Вид центральной части г. Северо-Курильск, уничтоженного цунами 1952 г. Фото Л. Бондаренко

**Fig. 1.** View of the central part of the Severo-Kurilsk city, destroyed by the 1952 tsunami. Photo by L. Bondarenko

и производства, а также планы дальнейшего освоения этого региона делают задачу оценки цунамиопасности чрезвычайно актуальной. И, что особенно важно, такие оценки должны быть количественными и сопровождаться объективными оценками их точности и/или возможной неопределенности: недооценка опасности может привести к неоправданному ущербу и жертвам, а переоценка повлечет за собой излишне дорогие меры инженерной защиты и/или неадекватные мероприятия по предупреждению и эвакуации населения.

После катастрофических цунами в Индийском океане в 2004 г. и у северо-восточного побережья Хонсю (Япония) в 2011 г. развитие и использование различных вариантов технологии вероятностного подхода к оценке опасности цунами (РТНА, Probabilistic Tsunami Hazard Assessment) для разных побережий стало общепринятым. Именно в рамках вероятностного подхода создано большинство современных карт цунамирайонирования [5–10]. В технологии РТНА недостаточность надежной информации о проявлениях исторических цунами компенсируется данными о сейсмичности. Действительно, именно сильные землетрясения в океане являются причиной большинства известных цунами. Однако модель, снабженная дополнительной сейсмической информацией, становится многопараметрической и сложной. Кроме того, использование сейсмических данных автоматически вовлекает в рассмотрение некоторые проблемные сейсмологические закономерности, как, например, использование закона Гутенберга–Рихтера для сильнейших землетрясений [11]. Такковы некоторые причины, делающие получение надежных оценок точности параметров цунамиопасности достаточно проблематичным.

Следует отметить, что недавние обзоры [12–14] подтвердили наличие серьезных проблем, связанных с оценкой точности и возможных неопределенностей, касающихся количественных оценок цунамиопасности, получаемых в рамках таких вероятностных моделей.

Данная статья развивает вероятностную модель проявлений цунами, базирующуюся на использовании на-

дежных данных о заплесках исторических цунами в конкретном месте – порту Малокурильское (Южные Курильские острова) (рис. 2). Модель позволяет оценить физические параметры, определяющие характер цунамиактивности и, соответственно, цунамиопасности. Такой подход позволяет также продвинуться в теоретическом описании функции повторяемости цунами и, главное – получить аналитические формулы для дисперсий параметров цунамиактивности, характеризующих их точность, в зависимости от количества используемых данных.

### Функция повторяемости высот цунами

Характер проявлений цунами на берегу определяется многими факторами – это особенности генерации цунами различными источниками, размещенными в пространстве и времени, а также регулярные и нерегулярные особенности батиметрии на трассе распространения волны и в прибрежной зоне. Поэтому данные о высотах цунами, зарегистрированных в некотором конкретном пункте побережья в течение периода времени  $T$ , следует рассматривать как случайный ряд и для каждого пункта ранжировать в соответствии с величиной

$$h_1 \geq h_2 \geq h_3 \geq \dots \quad (1)$$

Функция повторяемости цунами (ФПЦ) – важнейшая количественная характеристика цунамиактивности. В соответствии с определением, ФПЦ – это средняя частота событий в заданном месте с высотой, равной или превышающей пороговое значение  $h$ :



Рис. 2. Южные Курильские острова.

Fig. 2. South Kuril Islands.

$$\varphi(h) = \frac{N(\text{высота цунами} \geq h)}{T}, \quad (2)$$

где  $N$  есть число таких событий, произошедших за период времени  $T$ .

Данный теоретический очерк содержит главным образом краткое изложение теории, связанной с ФПЦ [15–17]. Явно или неявно предполагается однородность цунами-процесса во времени, поскольку нам доступны лишь данные о проявлениях исторических цунами в течение нескольких последних столетий с пробелами, а также исключительно интересные и очень перспективные, но достаточно проблемные данные о палеоцунами [18, 19], относящиеся в основном к среднему–позднему голоцену. Иными словами, мы можем оперировать неполными наборами данных за очень короткий в геологическом масштабе отрезок времени.

Показано, что для высот цунами  $h > 0.5$  м ФПЦ в (2) можно аппроксимировать экспонентой [16]:

$$\varphi(h) = f \cdot e^{-\frac{h}{H^*}}. \quad (3)$$

Параметры, появляющиеся в этой формуле, имеют прозрачный физический смысл:  $f$  – асимптотическая частота сильных цунами в регионе, которая медленно изменяется вдоль берега и может считаться региональной постоянной, а параметр  $H^*$  – характеристическая высота цунами, причем этот параметр является локальным и существенно изменяется вдоль берега. Вместе эти параметры характеризуют цунамиактивность в рассматриваемом пункте побережья, и их знание позволяет описывать динамику проявлений цунами.

Основная задача теперь может быть сформулирована следующим образом: требуется оценить параметры цунамиактивности  $f$  и  $H^*$  и их дисперсии для заданного места побережья на основе ряда исторических данных (1) о высотах цунами.

В полупологарифмическом масштабе зависимость (3) является линейной  $\ln \varphi(h) = \ln f - \frac{1}{H^*}h$  по высоте цунами  $h$ . Для построения такой линейной регрессионной модели методом наименьших квадратов  $\overline{\ln \varphi(h_k)} = \ln f -$

$-\frac{1}{H^*}h_k + e_k$ , когда известен ряд высот цунами (1), необходимо уметь оценивать средние логарифмы частот  $\overline{\ln \varphi(h_k)}$ , соответствующие ранжированным высотам цунами  $h_k$ , а также их дисперсии  $D(\ln \varphi(h_k))$  [20–22]. Здесь  $e_k$  – центрированные случайные отклонения. Такие статистические характеристики удается получить аналитически, используя тот факт, что последовательность сильных цунами близка к пуассоновской [23]. Поэтому вероятность того, что в некотором конкретном месте за период времени  $T$  произойдет  $n$  цунами с высотой заплеска, превышающей уровень  $h$ , дается формулой:

$$P_n(h) = e^{-\varphi(h)} \frac{[\varphi(h) \cdot T]^n}{n!}. \quad (4)$$

Рассмотрим кумулятивную функцию вероятности  $F(h_k)$  для каждой ранжированной высоты цунами  $h_k$ . Ситуация  $\{h_k \leq h\}$  реализуется, если число цунами с высотой, превышающей пороговое значение  $h$ , не будет превосходить  $(k-1)$ . Тогда искомая вероятность есть сумма:

$$F(h_k) = \sum_{s=0}^{k-1} P_s(h_k) = e^{-\varphi(h_k)T} \sum_{s=0}^{k-1} \frac{(\varphi(h_k)T)^s}{s!}. \quad (5)$$

Здесь пороговое значение высоты цунами с порядковым номером  $k$  сразу обозначено как  $h_k$ . Производная  $F(h_k)$  по  $\varphi(h_k)$  дает функцию плотности вероятности для  $\varphi(h_k)$ :

$$\rho_\varphi(\varphi(h_k)) = e^{-\varphi(h_k)T} \frac{[\varphi(h_k) \cdot T]^{k-1}}{(k-1)!} \cdot T. \quad (6)$$

Эта формула показывает, что случайные величины  $\varphi(h_k)$  имеют гамма-распределение  $\Gamma(k, T)$  [20, 22] и необходимые статистические характеристики, такие как средние и дисперсии, могут быть получены аналитически:

$$\varphi_k = \overline{\ln \varphi(h_k)} = \sum_{s=1}^{k-1} \frac{1}{s} - 0.577 \dots - \ln T, \quad (7)$$

$$D_k = D(\ln \varphi(h_k)) = \frac{\pi^2}{6} - \sum_{s=1}^{k-1} \frac{1}{s^2}, \quad (8)$$

$$\sigma_k = \sigma(\ln \varphi(h_k)) = \sqrt{\frac{\pi^2}{6} - \sum_{s=1}^{k-1} \frac{1}{s^2}}. \quad (9)$$

Поскольку значения дисперсий  $D_k$  различны при различных значениях номера  $k$ , следует использовать взвешенный метод наименьших квадратов [20, 22].

### Функция повторяемости высот цунами для порта Малокурильское

Данные о проявлениях цунами собраны в каталоги разной детальности и за разные исторические периоды. Созданы электронные каталоги цунами, доступные в сети интернет [24, 25]. Значительную часть данных каталогов составляют заплески цунами (run-up heights) – замеренные в результате обследования максимальные высоты подъема уровня океана на границе зоны затопления. Несмотря на наличие таких каталогов, содержащих много информации о цунами в целом, недостаточность надежной количественной информации как о слабых, так и сильных событиях заметно сдерживает создание физически обоснованных моделей проявлений цунами на побережье и их тестирование. Слабые цунами происходят почти ежегодно, но вследствие незначительной величины этих волн они не всегда надежно выделяются на фоне других волновых процессов, особенно в прибрежной зоне, и, соответственно, информация о таких цунами недостаточна. Опасность представляют лишь сильные события, но в этом случае нехватка информации об этой группе событий связана с их редкостью.

Южные Курильские острова — одна из наиболее сейсмически активных частей периферии Тихого океана. Все землетрясения региона с магнитудой  $M_w \geq 8$  и несколько землетрясений с магнитудой  $M_w \geq 7.5$  сопровождалось разрушительными цунами. Регион также оказался под воздействием крупнейших цунами от удаленных источников в Тихом океане, таких как события в Чили 1960 г. и Тохоку 2011 г. и другие.

Тем не менее и для этого региона с высокой цунамиактивностью основной проблемой

является нехватка данных о высотах цунами. Измерения катастрофического цунами 5 ноября 1952 г. были подробно задокументированы только для побережья южной Камчатки и Северных Курильских островов. Для Южно-Курильского региона каталоги цунами содержат запись только об одном факте, относящемся к проявлению цунами 1952 г. на о. Итуруп, без указания конкретного места. Более ранние цунами для этого региона документированы фрагментарно. Поэтому 1953 год был выбран в качестве начального для статистического исследования.

В качестве примера мы можем построить функцию повторяемости высот цунами для порта Малокурильское, о. Шикотан, на базе ряда надежных данных о высотах исторических цунами [24, 25] (рис. 3). Для оценок параметров  $f$  и  $H^*$  функции повторяемости используем взвешенный метод наименьших квадратов [20–22], примененный к ряду данных (1) о заплесках цунами для порта Малокурильское, при котором минимизируется квадратичная невязка:

$$r = \sum_{k=1}^N \frac{((\ln \varphi(h_k)) - \ln f + \frac{h_k}{H^*})^2}{D_k}. \quad (10)$$

Естественно, значение параметра  $\ln f$  задается точкой пересечения прямой линии регрессии и ординаты, а величина  $-1/H^*$  характеризует наклон линии регрессии. Очевидно также, что точность оценок параметров цунамиактивности  $f = (0.15 \pm 0.08) \text{ год}^{-1}$  и  $H^* = (1.7 \pm 0.8) \text{ м}$  оказалась ожидаемо невысокой, поскольку эти оценки получены на основе всего  $N = 6$  данных о заплесках цунами с  $h \geq 1.0 \text{ м}$ , зарегистрированных в течение 67 лет наблюдений (1953–2020 гг.).

Подстановка экспоненциальной аппроксимации (3) в выражение для кумулятивной функции вероятности (5) и последующее дифференцирование по  $h_k$  дает функцию плотности вероятности  $\rho_h$  для  $h_k$

$$\rho_h(h_k) = e^{-p} \cdot \frac{p^{k-1}}{(k-1)!} \cdot \frac{p}{H^*},$$

$$p = f \cdot T \cdot \exp\left(-\frac{h_k}{H^*}\right), \quad (11)$$

которая, как и (3), справедлива только для  $h_k > 0.5$  м (рис. 4). При этом наиболее вероятные значения для ранжированных высот цунами  $h_k$  соответствуют максимумам  $\rho_h(h_k)$  для каждого  $k$ :

$$\widehat{h}_k = H^* \ln(Tf/k), \quad \widehat{h}_k \geq 0.5 \text{ м.} \quad (12)$$

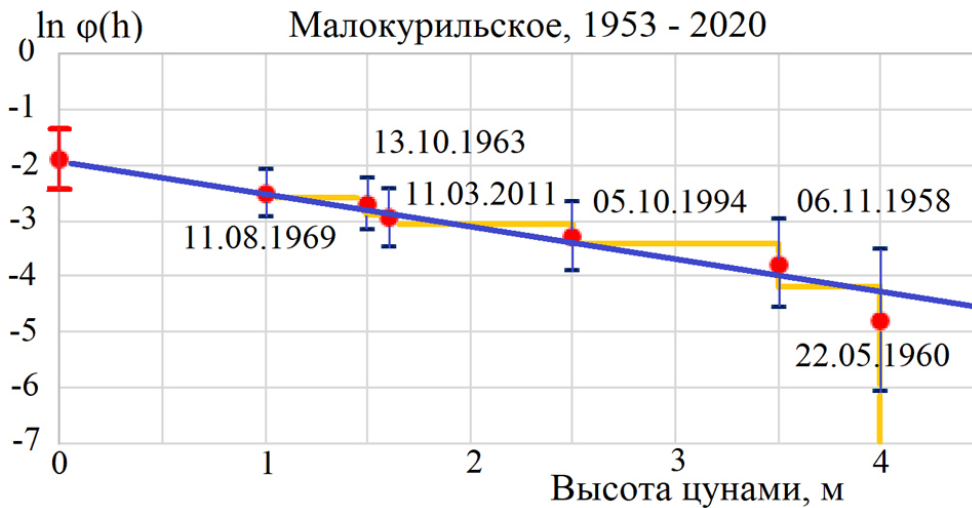
Рис. 4 показывает, что наибольшие значения высот цунами, особенно  $h_1$ , наименее устойчивы, график плотности вероятности для  $h_1$  очень пологий, и частота повторяемости максимального значения  $h_1$  характеризуется наибольшим значением стандартного отклонения,  $\sigma_1 \approx 1.28$  (рис. 3). Поэтому  $\sigma$ -допустимый диапазон для периода повторяемости высоты  $h_1$  сильнейшего события, соответствующий стандартному отклонению  $\sigma_1$ , оказывается чрезвычайно большим ( $T/3.6 - 3.6 \cdot T$ ), где  $T$  – реальный период наблюдений и  $\exp(\sigma_1) \approx 3.6$ . Это означает, например, что максимальное значение высоты цунами, зарегистрированное в некотором месте в течение 30-летнего периода наблюдений, следует соотносить с широким диапазоном возможных периодов повторяемости примерно от 10 до 100 лет, в соответствии со значением

стандартного отклонения  $\sigma_1 = 1.28$ . С ростом номера  $k$  значения стандартных отклонений  $\sigma_k$  медленно убывают и графики распределений  $\rho_h(h_k)$  становятся все более острыми, что указывает на рост устойчивости значений высот цунами  $h_k$  с большими номерами  $k$  в ряду (1).

### Синтетический каталог высот цунами и оценки точности параметров цунамиактивности

Можно рассмотреть обратную ситуацию: использовать параметры  $f_0 = 0.15 \text{ год}^{-1}$  и  $H_0^* = 1.7 \text{ м}$  для порта Малокурильское в качестве входных данных и построить по ним синтетические ряды наиболее вероятных значений высот цунами  $\widehat{h}_k, \widehat{h}_k \geq 1.0 \text{ м}$  (12) на заданный период времени, например,  $T = 250$  и  $500$  лет (рис. 5), а по ним оценить «выходные параметры»  $f$  и  $H^*$  и их дисперсии, как это было сделано для оценок параметров цунамиактивности на основе реальных данных (рис. 3).

В результате получены оценки:  $f = (0.15 \pm 0.01) \text{ год}^{-1}$  и  $H^* = (1.7 \pm 0.16) \text{ м}$  для  $T = 250$  лет и  $f = (0.15 \pm 0.006) \text{ год}^{-1}$



**Рис. 3.** Ступенчатая эмпирическая функция повторяемости для порта Малокурильское, построенная по высотам исторических цунами с  $h \geq 1.0$  м за период времени 1953–2020 гг. (желтая линия), и аппроксимирующая ее прямая линия регрессии, полученная взвешенным методом наименьших квадратов (синяя линия). Всем величинам  $\ln \varphi(h_k)$  (красные кружки) соотнесены диапазоны соответствующих стандартных отклонений  $\sigma_k$  (9). Асимптотическая частота больших цунами для порта Малокурильское  $f = (0.15 \pm 0.08) \text{ год}^{-1}$  отмечена красным кружком на оси ординат. Характеристическая высота цунами в порту Малокурильское равна  $H^* = (1.7 \pm 0.8) \text{ м}$  и  $1/H^* = (0.6 \pm 0.3) \text{ м}^{-1}$ .

**Fig. 3.** Empirical tsunami recurrence step function for the Port of Malokuril'skoye constructed using the historical tsunami heights with  $h \geq 1.0$  m during the period of 1953–2020 (yellow stepped line), and its approximation by the regression straight line, obtained using the weighted least squares method (blue line). All the values  $\ln \varphi(h_k)$  (marked by the red circles) are associated with the corresponding standard deviations  $\sigma_k$  (9). Asymptotic frequency of large tsunamis for the Port of Malokuril'skoye is  $f = (0.15 \pm 0.08) \text{ yr}^{-1}$ , and its position is marked by the red circle in the ordinate axis. The characteristic tsunami height in the Port of Malokuril'skoye is  $H^* = (1.7 \pm 0.8) \text{ m}$  and  $1/H^* = (0.6 \pm 0.3) \text{ m}^{-1}$ .

и  $H^* = (1.7 \pm 0.08)$  м для  $T = 500$  лет. Таким образом, для расчета параметров цунамиактивности с приемлемой точностью 10 или 5 % нужны полные ряды высот цунами в заданном месте длительностью не менее 250 или 500 лет [17].

Гораздо более интересной является задача получения общего теоретического результата в рамках этой же технологии, поскольку такой подход позволяет проследить явную зависимость дисперсии параметров цунамиактивности  $f$  и  $H^*$  от длительности периода наблюдений  $T$ , количества используемых данных  $N$ , а также от реальных, но априори неизвестных параметров цунамиактивности  $f_0$  и  $H_0^*$ .

Пусть некоторая точка некоторого побережья характеризуется параметрами цунамиактивности  $f_0$  и  $H_0^*$  (без конкретизации их величин). Формально мы можем построить синтетический ряд высот цунами в данном месте, взяв в качестве ранжированных значений  $h_k$  высот цунами их наиболее вероятные значения  $\widehat{h}_k = H_0^* \ln(Tf_0/k)$ , которые явно зависят от заданных параметров цунамиактивности  $f_0$  и  $H_0^*$  и периода наблюдений  $T$ . Соответственно, по формальному ряду  $\{\widehat{h}_k\}$  ранжированных высот цунами мы можем оценить значения параметров цунамиактивности  $f$  и  $H^*$  и их дисперсий, минимизируя соответствующую квадратичную невязку

$$r = \sum_{k=1}^N (\varphi_k - \ln f + \frac{1}{H^*} H_0^* \ln(Tf_0/k))^2 / D_k. \quad (13)$$

Приравнивание к нулю производных невязки (13) по искомым параметрам  $f$  и  $H^*$  приводит к линейной системе уравнений  $2 \times 2$  вида  $AX = Y$  [20–22], где

$$A = \begin{pmatrix} \sum_1^N \frac{1}{D_k} & -\sum_1^N \frac{\widehat{h}_k}{D_k} \\ -\sum_1^N \frac{\widehat{h}_k}{D_k} & \sum_1^N \frac{\widehat{h}_k^2}{D_k} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} \ln f \\ 1/H^* \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$Y = \begin{pmatrix} \sum_1^N \frac{\varphi_k}{D_k} \\ \sum_1^N \frac{\varphi_k \cdot \widehat{h}_k}{D_k} \end{pmatrix}.$$

Определитель системы зависит только от числа данных  $N$  и пропорционален квадрату  $H_0^*$ :

$$\Delta = (H_0^*)^2 \left( \sum_{k=1}^N \frac{1}{D_k} \cdot \sum_{k=1}^N \frac{(\ln k)^2}{D_k} - \left( \sum_{k=1}^N \frac{\ln k}{D_k} \right)^2 \right) = (H_0^*)^2 \cdot \Delta_1(N). \quad (15)$$

Обратная матрица  $A^{-1}$  является матрицей ковариаций

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^N \frac{\widehat{h}_k^2}{D_k} & \sum_{k=1}^N \frac{\widehat{h}_k}{D_k} \\ \sum_{k=1}^N \frac{\widehat{h}_k}{D_k} & \sum_{k=1}^N \frac{1}{D_k} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Соответственно, дисперсии оценок параметров цунамиактивности  $\ln f$  и  $1/H^*$  даются диагональными членами матрицы  $A^{-1}$  [20–22]:

$$D(\ln f) = \frac{1}{\Delta_1} \left[ (\ln Tf_0)^2 \sum_1^N \frac{1}{D_k} - 2(\ln Tf_0) \sum_1^N \frac{\ln k}{D_k} + \sum_1^N \frac{(\ln k)^2}{D_k} \right], \quad (17)$$

$$D\left(\frac{1}{H^*}\right) = \frac{1}{H_0^{*2} \cdot \Delta_1(N)} \sum_1^N \frac{1}{D_k}. \quad (18)$$

Формулы (17, 18) являются универсальными в том смысле, что описывают зависимость дисперсий параметров цунамиактивности  $D(\ln f)$  и  $D(H^{*-1})$  от априори неизвестных значений параметров цунамиактивности  $f_0$  и  $H_0^*$  и количества используемых данных  $N$ .

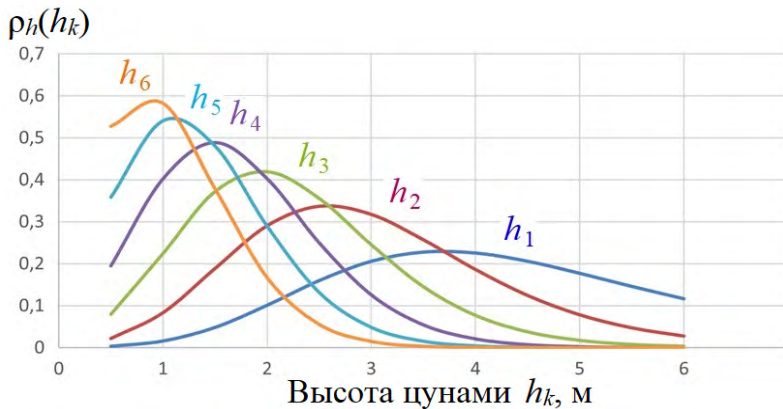
Конечные ряды, входящие в формулы (17) и (18), имеют удобное численное приближение для больших значений количества используемых данных,  $N > 100$  (рис. 6):

$$F_0(N) = \frac{1}{\Delta_1} \sum_1^N \frac{1}{D_k} \approx 8.2 N^{-2}, \quad (19)$$

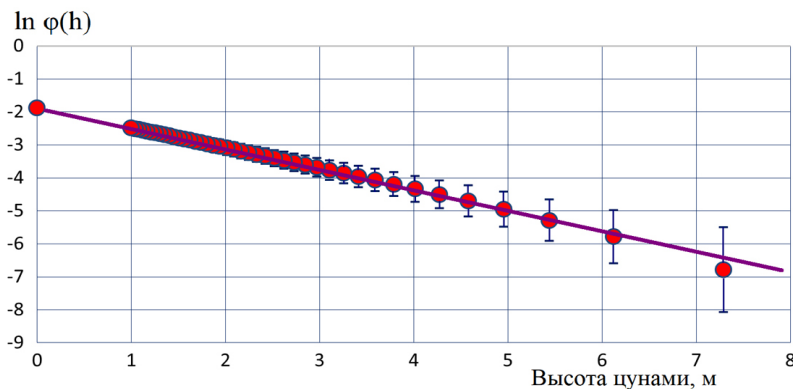
$$F_1(N) = \frac{1}{\Delta_1} \sum_1^N \frac{\ln k}{D_k} \approx 12.3 N^{-1.78}, \quad (20)$$

$$F_2(N) = \frac{1}{\Delta_1} \sum_1^N \frac{(\ln k)^2}{D_k} \approx 17.8 N^{-1.55}. \quad (21)$$

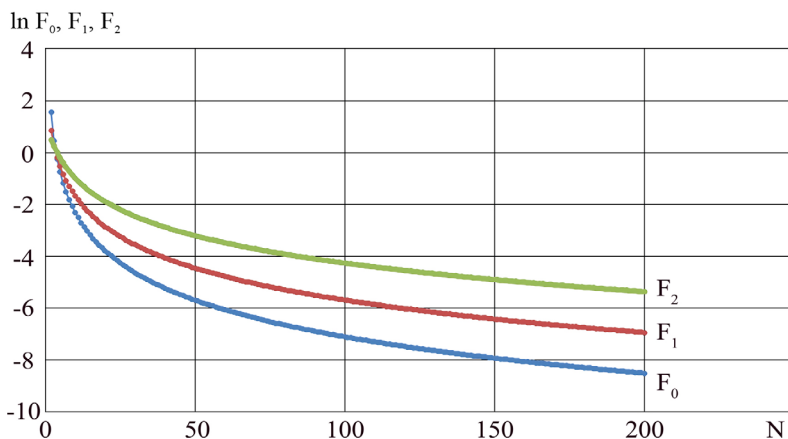
Согласно формулам (18, 19), дисперсия обратной величины характеристической вы-



**Рис. 4.** Функции плотности вероятности ранжированных высот цунами  $h_k$  (11) для порта Малокурильское для периода наблюдений  $T = 67$  лет и  $k = 1, \dots, 6$ .  
**Fig. 4.** Probability density functions of the ranked tsunami heights  $h_k$  (11) for the Port of Malokuril'skoye for the observation period  $T = 67$  years and  $k = 1, \dots, 6$ .



**Рис. 5.** Синтетическая функция повторяемости высот цунами для порта Малокурильское на период 500 лет, 42 события с  $h \geq 1.0$  м. Всем наиболее вероятным значениям высот цунами (красные кружки) соотнесены диапазоны соответствующих стандартных отклонений  $\sigma_k$  (9).  
**Fig. 5.** Synthetic recurrence function of tsunami heights for the Port of Malokuril'skoye for a period of 500 years, 42 events with  $h \geq 1.0$  m. All the most probable values of tsunami heights (red circles) are accompanied by corresponding standard deviations  $\sigma_k$  (9).



**Рис. 6.** Графики функций  $F_0(N)$ ,  $F_1(N)$  и  $F_2(N)$  (19–21).  
**Fig. 6.** Plots of functions  $F_0(N)$ ,  $F_1(N)$  and  $F_2(N)$  (19–21).

соты  $D(H^{*-1})$  зависит от количества используемых данных  $N$  через функцию  $F_0(N)$  и от параметра  $H_0^{*-2}$ . Формула (17) для дисперсии логарифма частоты сильных цунами  $D(\ln f)$  демонстрирует более сложную зависимость как от числа данных  $N$ , так и от параметра  $f_0$  и от длительности периода наблюдений  $T$ . Однако, поскольку функция  $F_2(N)$  убывает значительно медленнее функций  $F_0(N)$  и  $F_1(N)$  (рис. 6), это «обнуляет» зависимость дисперсии  $D(\ln f)$  от параметров  $f_0$  и  $T$  при больших значениях числа данных  $N$ .

Ограничение по высоте волны цунами  $h > 0.5$  м для справедливости экспоненциальной аппроксимации (3) функции повторяемости цунами (2) приводит к ограничениям в количестве  $N$  данных, которые можно корректно использовать в статистических выводах, в зависимости от параметров цунамиактивности  $f$  и  $H^*$  и длительности наблюдений  $T$ :

$$\ln N \leq \ln Tf - 0.5 \text{ м} / H^*. \quad (22)$$

### Заключение

Освоение побережий и развитие прибрежного градостроительства в цунамиопасных регионах стало стимулом развития как чисто научных работ по физике цунами, так и прикладных работ по созданию такого востребованного продукта, как карты цунамирайонирования. В свою очередь, при создании карт высвечивается проблема оценок точности параметров цунамиактивности и, соответственно, цунамиопасности, и эта проблема главным образом связана с недостаточностью надежной информации об особенностях проявлений цунами.

Например, синтетические каталоги высот цунами, построенные



для порта Малокурильское, показали, что для получения параметров цунамиактивности с приемлемой точностью 10 или 5 % нужны полные (без пропусков) ряды высот цунами в заданном месте длительностью не менее 250 или 500 лет. На самом деле в существующих каталогах имеются ряды данных о цунами, происходивших в течение нескольких столетий, для северо-восточного побережья Хонсю и тихоокеанского побережья Южной Америки, но приведенные описания содержат информацию только о сильнейших событиях с пропусками, так что и для этих побережий наборы данных (1) не являются полными.

Формально, при анализе данных о палеоцунами можно получить ряды данных продолжительностью в несколько тысячелетий, но фактическое использование таких данных для оценок цунамиактивности связано с рядом серьезных проблем, таких как идентификация отложений палеоцунами, их датировка, количественный учет сохранности и т.д.

На основе графиков функций плотности вероятности ранжированных высот цунами, построенных для порта Малокурильское, дано объяснение слабой статистической устойчивости больших значений высот цунами, особенно самого большого в ряду наблюдений. В частности, это означает, например, что максимальное значение высоты цунами, зарегистрированное в некотором месте в течение 30-летнего периода наблюдений, следует соотносить с широким диапазоном возможных периодов повторяемости примерно от 10 до 100 лет.

В целом, теоретическое развитие вероятностной модели, описывающей динамику последовательности цунами пуассоновского типа, дало возможность получить универсальные аналитические формулы для дисперсий параметров цунамиактивности, характеризующих их точность, в зависимости от количества используемых данных и длительности наблюдений. Эти аналитические формулы являются решением проблемы точности только для простейшего, идеального случая, когда имеется полный без пропусков ряд высот цунами, зарегистрированных в одном месте в течение длительного периода наблюдений. Неясно, возможно ли получить аналитическое решение (или только численное) для случая

группы точек регистрации цунами. Тем не менее полученные формулы следует рассматривать как продвижение в решении проблемы оценки точности параметров цунамиактивности, поскольку они позволяют эту проблему конкретизировать и количественно оценить недостаточность имеющейся в настоящее время информации о таком сложном явлении, как цунами.

## Список литературы

1. Левин Б.В., Носов М.А. **2005**. *Физика цунами и родственных явлений в океане*. М.: Янус-К, 360 с.
2. Kaistrenko V., Sedaeva V. **2001**. 1952 North Kuril Tsunami: New data from archives. In: G.T. Hebenstreit (ed). *Tsunami research at the end of a critical decade*. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 91–102. (Advances in Natural and Technological Hazards Research; 18). [https://doi.org/10.1007/978-94-017-3618-3\\_8](https://doi.org/10.1007/978-94-017-3618-3_8)
3. MacInnes B., Pinegina T., Bourgeois J., Razjigaeva N., Kaistrenko V., Kravchunovskaya E. **2009**. Field survey and geological effects of the 15 November 2006 Kuril tsunami in the middle Kuril Islands. *Pure and Applied Geophysics*, 166(1-2): 9–36. <https://doi.org/10.1007/s00024-008-0428-3>
4. Kaistrenko V., Razjigaeva N., Kharlamov A., Shishkin A. **2013**. Manifestation of the 2011 Great Tohoku Tsunami on the coast of the Kuril Islands: A tsunami with ice. *Pure and Applied Geophysics*, 170: 1103–1114. <https://doi.org/10.1007/s00024-012-0546-9>
5. González F.I., Geist E.L., Jaffe B.E., Kanoğlu U., Mofjeld H., Synolakis C.E., Titov V.V., Arcas D., Bellomo D., et al. **2009**. Probabilistic tsunami hazard assessment at Seaside, Oregon, for near- and far-field seismic sources. *J. of Geophysical Research*, 114: C11023. <https://doi.org/10.1029/2008JC005132>
6. Gusiakov V.K., Chubarov L.B., Beizel S.A. **2015**. Assessment of tsunami hazard due to regional and remote sources: The coast of the Sea of Okhotsk. *J. of Volcanology and Seismology*, 9(4): 276–288. <https://doi.org/10.1134/S0742046315040041>
7. Kulikov E., Rabinovich A., Thomson R. **2005**. Estimation of tsunami risk for the coasts of Peru and Northern Chile. *Natural Hazards*, 35: 185–209. [doi:10.1007/s11069-004-4809-3](https://doi.org/10.1007/s11069-004-4809-3)
8. Leonard L., Rogers G., Mazzotti S. **2014**. Tsunami hazard assessment of Canada. *Natural Hazards*, 70(1): 237–274. <https://doi.org/10.1007/s11069-013-0809-5>
9. Salah P., Sasaki J., Soltanpour M. **2021**. Comprehensive probabilistic tsunami hazard assessment in the Makran subduction zone. *Pure and Applied Geophysics*, 178: 5085–5107. <https://doi.org/10.1007/s00024-021-02725-y>
10. Шевченко Г.В., Лоскутов А.В., Кайстренко В.М. **2018**. Новая карта цунамирайонирования Южных

- Курильских островов. *Геосистемы переходных зон*, 2(3): 225–238. doi:10.30730/2541-8912.2018.2.3.225-238
11. Kagan Y.Y. **2010**. Earthquake size distribution: Power-law with exponent  $\beta \equiv \frac{1}{2}$ ? *Tectonophysics*, 490 (1–2): 103–114. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2010.04.034>
  12. Grezio A., Babeyko A., Baptista M.A., Behrens J., Costa A., Davies G., Geist E.L., Glimsdal S., González F.I., et al. **2017**. Probabilistic tsunami hazard analysis: multiple sources and global applications. *Reviews of Geophysics*, 55: 1158–1198. <https://doi.org/10.1002/2017RG000579>
  13. Basili R., Brizuela B., Herrero A., Iqbal S., Lorito S., Maesano F.E., Murphy S., Perfetti P., Romano F., et al. **2021**. The making of the NEAM tsunami hazard model 2018 (NEAMTHM18). *Frontiers in Earth Science*, 8: 616594. <https://doi.org/10.3389/feart.2020.616594>
  14. Behrens J., Lovholt F., Jalayer F., Lorito S., Salgado-Gálvez M.A., Sørensen M., Abadie S., Aguirre-Ayerbe I., Aniel-Quiroga I., et al. **2021**. Probabilistic tsunami hazard and risk analysis: A review of research gaps. *Frontiers in Earth Science*, 9: 628772. <https://doi.org/10.3389/feart.2021.628772>
  15. Kaistrenko V. **2011**. Tsunami recurrence versus tsunami height distribution along the coast. *Pure and Applied Geophysics*, 168: 2065–2069. <https://doi.org/10.1007/s00024-011-0288-0>
  16. Kaistrenko V. **2014**. Tsunami recurrence function: structure, methods of creation, and application for tsunami hazard estimates. *Pure and Applied Geophysics*, 171: 3527–3538. <https://doi.org/10.1007/s00024-014-0791-1>
  17. Kaistrenko V. **2023**. Tsunami recurrence and hazard evaluation for the South Kuril Islands. *Pure and Applied Geophysics*. (In Print). <https://doi.org/10.1007/s00024-022-03163-0>
  18. Dawson A.G., Stewart I. **2007**. Tsunami deposits in the geological record. *Sedimentary Geology*, 200: 166–183. <https://doi.org/10.1016/j.sedgeo.2007.01.002>
  19. Пинегина Т.К., Разжигаяева Н.Г. **2013**. Исследования палеоцунами на дальневосточном побережье России. В кн.: Лобковский Л.И. (ред.) *Мировой океан. Т. 1. Геология и тектоника океана. Катастрофические явления в океане*. М.: Науч. мир, с. 488–498.
  20. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. **1983**. *Прикладная статистика. Основы моделирования и первичная обработка данных*. М.: Финансы и статистика, 471 с.
  21. Химмельблау Д. **1975**. *Анализ процессов статистическими методами*. М.: Мир, 957 с. (Перевод с англ.).
  22. Крамер Г. **1975**. *Математические методы статистики*. М.: Мир, 648 с.
  23. Geist E.L., Parsons T. Distribution of tsunami interevent times. **2008**. *Geophysical Research Letters*, 35(2): 18 p. <https://doi.org/10.1029/2007GL032690>
  24. *Historical Tsunami Database for the Pacific (HTDB/PAC)*. URL: [http://tsun.sccc.ru/On\\_line\\_Cat.htm](http://tsun.sccc.ru/On_line_Cat.htm) (дата обращения 15.12.2022).
  25. *Tsunami Data and Information*. <https://doi.org/10.7289/V5PN93H7>

## References

1. Levin B.W., Nosov M.A. **2016**. *Physics of Tsunamis*. Springer, 310 p.
2. Kaistrenko V., Sedaeva V. **2001**. 1952 North Kuril Tsunami: New data from archives. In: G.T. Hebenstreit (ed). *Tsunami research at the end of a critical decade*. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 91–102. (Advances in Natural and Technological Hazards Research; 18). [https://doi.org/10.1007/978-94-017-3618-3\\_8](https://doi.org/10.1007/978-94-017-3618-3_8)
3. MacInnes B., Pinegina T., Bourgeois J., Razjigaeva N., Kaistrenko V., Kravchunovskaya E. **2009**. Field survey and geological effects of the 15 November 2006 Kuril tsunami in the middle Kuril Islands. *Pure and Applied Geophysics*, 166(1-2): 9–36. <https://doi.org/10.1007/s00024-008-0428-3>
4. Kaistrenko V., Razjigaeva N., Kharlamov A., Shishkin A. **2013**. Manifestation of the 2011 Great Tohoku Tsunami on the coast of the Kuril Islands: A tsunami with ice. *Pure and Applied Geophysics*, 170: 1103–1114. <https://doi.org/10.1007/s00024-012-0546-9>
5. González F.I., Geist E.L., Jaffe B.E., Kânoğlu U., Mofjeld H., Synolakis C.E., Titov V.V., Arcas D., Bellomo D., et al. **2009**. Probabilistic tsunami hazard assessment at Seaside, Oregon, for near- and far-field seismic sources. *J. of Geophysical Research*, 114: C11023. <https://doi.org/10.1029/2008JC005132>
6. Gusiakov V.K., Chubarov L.B., Beizel S.A. **2015**. Assessment of tsunami hazard due to regional and remote sources: The coast of the Sea of Okhotsk. *J. of Volcanology and Seismology*, 9(4): 276–288. <https://doi.org/10.1134/S0742046315040041>
7. Kulikov E., Rabinovich A., Thomson R. **2005**. Estimation of tsunami risk for the coasts of Peru and Northern Chile. *Natural Hazards*, 35: 185–209. doi:10.1007/s11069-004-4809-3
8. Leonard L., Rogers G., Mazzotti S. **2014**. Tsunami hazard assessment of Canada. *Natural Hazards*, 70(1): 237–274. <https://doi.org/10.1007/s11069-013-0809-5>
9. Salah P., Sasaki J., Soltanpour, M. **2021**. Comprehensive probabilistic tsunami hazard assessment in the Makran subduction zone. *Pure and Applied Geophysics*, 178: 5085–5107. <https://doi.org/10.1007/s00024-021-02725-y>
10. Shevchenko G.V., Loskutov A.V., Kaistrenko V.M. **2018**. A new map of tsunami hazard for the South Kuril Islands. *Geosystems of Transition Zones*, 2(3): 225–238. (In Russ., abstr. in Engl.). doi:10.30730/2541-8912.2018.2.3.225-238
11. Kagan Y.Y. **2010**. Earthquake size distribution: Power-law with exponent  $\beta \equiv \frac{1}{2}$ ? *Tectonophysics*, 490 (1–2): 103–114. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2010.04.034>
12. Grezio A., Babeyko A., Baptista M.A., Behrens J., Costa A., Davies G., Geist E.L., Glimsdal S.,

- González F.I., et al. **2017**. Probabilistic tsunami hazard analysis: multiple sources and global applications. *Reviews of Geophysics*, 55: 1158–1198. <https://doi.org/10.1002/2017RG000579>
13. Basili R., Brizuela B., Herrero A., Iqbal S., Lorito S., Maesano F.E., Murphy S., Perfetti P., Romano F., et al. **2021**. The Making of the NEAM tsunami hazard model 2018 (NEAMTHM18). *Frontiers in Earth Science*, 8: 616594. <https://doi.org/10.3389/feart.2020.616594>
  14. Behrens J., Lovholt F., Jalayer F., Lorito S., Salgado-Gálvez M.A., Sørensen M., Abadie S., Aguirre-Ayerbe I., Aniel-Quiroga I., et al. **2021**. Probabilistic tsunami hazard and risk analysis: A review of research gaps. *Frontiers in Earth Science*, 9: 628772. <https://doi.org/10.3389/feart.2021.628772>
  15. Kaistrenko V. **2011**. Tsunami recurrence versus tsunami height distribution along the coast. *Pure and Applied Geophysics*, 168: 2065–2069. <https://doi.org/10.1007/s00024-011-0288-0>
  16. Kaistrenko V. **2014**. Tsunami recurrence function: structure, methods of creation, and application for tsunami hazard estimates. *Pure and Applied Geophysics*, 171: 3527–3538. <https://doi.org/10.1007/s00024-014-0791-1>
  17. Kaistrenko V. **2023**. Tsunami recurrence and hazard evaluation for the South Kuril Islands. *Pure and Applied Geophysics*. (In Print). <https://doi.org/10.1007/s00024-022-03163-0>
  18. Dawson A.G., Stewart I. **2007**. Tsunami deposits in the geological record. *Sedimentary Geology*, 200: 166–183. <https://doi.org/10.1016/j.sedgeo.2007.01.002>
  19. Pinegina T.K., Razjigayeva N.G. **2013**. Paleotsunami studies on the Far East coast of Russia. In: Lobkovsky L.I. (ed.) *World Ocean*. Vol. 1. *Geology and tectonics of the ocean. Catastrophic phenomena in the ocean*. Moscow: Scientific World, p. 488–498. (In Russ.).
  20. Ayvasyan S.A., Enyukov I.S., Meshalkin L.D. **1983**. *Applied statistics: Basics of modeling and primary data processing*. Moscow: Finansy i statistika, 471 p. (In Russ.).
  21. Himmelblau D.M. **1970**. *Process analysis by statistical methods*. New York: John Wiley and Sons, 463 p.
  22. Cramer H. **2016**. *Mathematical methods of statistics*. Princeton Univers. Press, 575 p.
  23. Geist E.L., Parsons T. Distribution of tsunami interevent times. **2008**. *Geophysical Research Letters*, 35(2): 18 p. <https://doi.org/10.1029/2007GL032690>
  24. *Historical Tsunami Database for the Pacific (HTDB/PAC)*. [http://tsun.sccc.ru/On\\_line\\_Cat.htm](http://tsun.sccc.ru/On_line_Cat.htm) (accessed 15.12.2022).
  25. *Tsunami Data and Information*. <https://doi.org/10.7289/V5PN93H7>

### Об авторе

**Кайстренко Виктор Михайлович** (<https://orcid.org/0000-0003-1026-2509>), доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории цунами, Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск, vict-k@mail.ru

Поступила 25.02.2023

Принята к публикации 19.03.2023

### About the Author

**Kaistrenko, Victor M.** (<https://orcid.org/0000-0003-1026-2509>), Doctor of Physics and Mathematics, Leading Researcher of the Tsunami Laboratory, Institute of Marine Geology and Geophysics, Far Eastern Branch of RAS, Yuzhno-Sakhalinsk, vict-k@mail.ru

Received 25 February 2023

Accepted 19 March 2023