ДИСКУССИИ

УДК 550.343.6
https://doi.org/10.30730/gtrz.2021.5.2.138-145.145-152

Физические основы модели саморазвивающихся процессов и вопросы ее применения для прогнозов землетрясений в Дальневосточном регионе

© 2021 *Л. М. Богомолов*[*1], *В. Н. Сычев*[2]

[1] *Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск, Россия,*
[2] *Научная станция РАН в г. Бишкеке, Киргизия*
**E-mail: l.bogomolov@imgg.ru*

Резюме. Описываемое моделью саморазвивающихся процессов (СРП) нарастание сейсмической активности в форшоковый период перед сильным землетрясением может быть проявлением взрывной неустойчивости низкочастотных деформационных волн в метастабильной среде. Обратить внимание на столь необычную взаимосвязь между непрерывными во времени волновыми движениями и дискретным потоком сейсмических событий – задача данного сообщения. Тем самым модифицировано обоснование модели (фактически уравнения) СРП, что имеет значение в связи со статьей А.И. Малышева и Л.К. Малышевой «Прецедентно-экстраполяционная оценка сейсмической опасности в районе Сахалина и Южных Курил» в настоящем выпуске, посвященной совершенствованию оценок сейсмической опасности с применением этой модели. Предложен новый способ описать самое начало режима с обострением после квазистационарного режима.

Ключевые слова: уравнение модели саморазвивающихся процессов, последовательность форшоков, накопление сейсмических событий, взаимодействие волн, метастабильная среда, взрывная неустойчивость

Fundamental for self-developing processes model and problems of its application to earthquakes prediction in the Far East region

Leonid M. Bogomolov[*1], *Vladimir N. Sychev*[2]

[1]*Institute of Marine Geology and Geophysics, FEB RAS, Yuzhno-Sakhalinsk, Russia*
[2]*Research Station RAS in Bishkek city, Kyrgyzstan*
**E-mail: l.bogomolov@imgg.ru*

Abstract. Seismic activation in the period of foreshocks (prior to the mainshock) described by the model of self-developing processes (SDP) is possibly a manifestation of explosive instability of low frequency straining waves in metastable medium. To highlight so nontrivial relationship of continuous wave motions and discrete seismic events flow is a goal of this narrative. Thus, the rationale of the SDP model (the equation, in reality) has been modified, which is of importance in relevance with the article by the Malyshevs in the current issue (A.I. Malyshev, L.K. Malysheva. Precedent-extrapolation estimate of the seismic hazard in the Sakhalin and South Kurils region) which is to improve the seismic hazard estimates by means of this model. A new way to reveal the very beginning of blow-up regime after quasi-stationary one is proposed.

Keywords: equation of the self - developing processes model, foreshock sequence, seismic events accumulation, waves interaction, metastable medium, explosive instability

Для цитирования: Богомолов Л.М., СычевВ.Н. Физические основы модели саморазвивающихся процессов и вопросы ее применения для прогнозов землетрясений в Дальневосточном регионе. *Геосистемы переходных зон*, 2021, т. 5, № 2, с. 138–152.
https://doi.org/10.30730/gtrz.2021.5.2.138-145.145-152

***For citation*:** Bogomolov L.M., Sychev V.N. Fundamental for self-developing processes model and problems of its application to earthquakes prediction in the Far East region. *Geosistemy perehodnykh zon = Geosystems of Transition Zones*, 2021, vol. 5, no. 2, pp. 138–152. (In Russ. & Engl.).
https://doi.org/10.30730/gtrz.2021.5.2.138-145.145-152

Введение

По мере развития подхода Малышева–Тихонова к средне- и краткосрочным оценкам времени землетрясения на основе модели саморазвивающихся процессов (СРП) [Малышев, 1991; Малышев, Тихонов, 1991] и накопления примеров удачных (оправдавшихся) прогнозов в Дальневосточном регионе [Малышев, Малышева, 2018, ст. в настоящем номере; Закупин и др., 2019] все большую значимость приобретает вопрос о физических основах этой модели. В этом подходе временная зависимость сейсмической активности перед сильным землетрясением описывается кинетическим уравнением, решение которого является сингулярным: оно нарастает неограниченно за конечный интервал времени. Это соответствует реализации известного в динамике нелинейных систем режима с обострением [Малинецкий, Потапов, 2002]. В обоих случаях основное свойство параметра состояния системы – быстрое нарастание со временем, превосходящее экспоненциальную зависимость. Но сходство с концепцией самоорганизации не может заменить физического обоснования используемого уравнения модели СРП.

Одним из итогов дискуссии 1990-х годов о предсказуемости или принципиальной непредсказуемости землетрясений [Debate… , 1996; Geller et al., 1997] стало требование, чтобы вариации геофизических полей, рассматриваемые в качестве предвестников землетрясения, были связаны с процессами подготовки очага землетрясения. Применительно к модели СРП эти требования могут быть частично удовлетворены при уточнении физической природы этой модели. В оригинальных работах [Малышев, 1991; Малышев, Тихонов, 1991; Tikhonov, Rodkin, 2012] исходное уравнение модели СРП связывалось с уравнением накопления поврежденностей в материалах в условиях малых изменений термодинамическх параметров [Voigt, 1989]. В последующих работах сейсмологов вопросам обоснования модели СРП не уделялось заметного внимания. Между тем в современном физическом материаловедении и механике усталостного разрушения уже не используется подход Фойгта [Волегов и др., 2015]. В связи с этим в данной заметке рассматриваются физические модели, следствием которых может стать модель СРП, описывающая возникновение режимов с обострением для форшоковых последовательностей.

Анализ уравнений модели СРП

Согласно [Малышев, Тихонов, 1991] и последующим работам, основополагающее уравнение модели СРП имеет форму

$$d^2x/dt^2 = A_0\,|\,(dx/dt)^{\lambda} - c^{\lambda}\,|^{\alpha/\lambda}, \text{ или}$$

$$dy/dt = A_0\,|\,y^{\lambda} - c^{\lambda}\,|^{\alpha/\lambda} \qquad (1)$$

где $x(t)$ – параметр состояния, далее сопоставляемый с зависимостью от времени, количества произошедших событий или суммарным выделением сейсмической энергии; $y(t)$ – скорость изменения параметра x; A_0, α, λ, c – неопределенные положительные константы, причем в начальный момент времени $dx/dt > c$. При сравнении решений $x(t)$ с эмпирическими данными считалось, что параметр c в уравнении (1) пренебрежимо мал и не играет роли. Как следствие, вместо (1) использовалось упрощенное уравнение

$$dy/dt = A_0\,y^{\alpha}, \qquad (2)$$

которое по форме совпадает с уравнением неустойчивого роста круглой (дисковой) трещины [Das, Scholz, 1981; Varnes, 1989] и с уравнением накопления поврежденностей в материалах в условиях малых изменений термодинамических параметров [Voigt, 1989]. Казалось бы, это обстоятельство может объяснить физический механизм модели СРП. Но при такой попытке возникает несоответствие с примерами землетрясений на Сахалине, предсказанных с использованием уравнения (2) [Малышев, Малышева, 2018; Закупин и др., 2019; Tikhonov, Kim, 2010]. Для всех событий, на которые в цитированных работах выдавался прогноз по модели СРП, очаговые подвижки происходили по уже существующим разломам. Стоит отметить, что на территории Сахалина плотность разломов различного ранга высока [Харахинов и др., 1984; Воейкова и др., 2007], и нет необходимости рассматривать новые разрывы.

Более перспективным представляется возможное объяснение модели СРП с позиций общей модели перехода процесса разрушения с микро- на макроуровень при накоплении определенного числа дефектов. Под дефектами в данном случае подразумеваются микротрещины в образцах геоматериалов, трещины в породных массивах, сейсмогенные разрывы среды (в зависимости от масштаба задачи) [Мячкин и др., 1975; Куксенко, 1986; Соболев, Завьялов, 1980; Завьялов, 2005]. Для пояснения этой возможности рассмотрим критерий, по которому определяется время до возникновения макроразрыва, и сравним его с условием неограниченного нарастания параметра $y(t)$ из уравнения (2). Это время в модели СРП принимается за прогнозируемое время землетрясения. Для определенности, параметр $x(t)$ удобно сопоставить с накоплением числа событий $x \leftrightarrow N(t)$, тогда зависимости $y = dx/dt$ будет соответствовать сейсмическая активность $n(t)$.

Уравнение (2) легко интегрируется, и его решение с начальным условием $y(0) = y_0$ записывается в форме

$$y = y_0 / [1 - A_0 (\alpha - 1)\, y_0^{\alpha-1}\, t]^{\,1/(\alpha-1)} \tag{3}$$

Выражение (3) показывает, что нарастающее во времени решение существует до момента сингулярности, t_S.

$$t_S = \frac{1}{A_0(\alpha - 1) y_0^{\alpha-1}} = y_0 \left[(\alpha - 1)\,(dy/dt)|_{t=0}\right]^{-1} \tag{4}$$

На этом выражении для t_S фактически основана оценка времени до землетрясения в модели СРП и ее англоязычном аналоге – AMR model (accelerated moment release model) [Varnes, 1989; Bowman et al., 1998; Jaumé, Sykes, 1999; Cianchini et al., 2020]. Но ввиду неточности определения скорости роста активности ($y_0 \leftrightarrow n(0) = n_0$) в самом начале режима с обострением, А.И. Малышев предложил специальные алгоритмы: ожидаемое время сильного землетрясения определяется по появлению «вертикальной асимптоты» к графику активности, соответствующей примерно десятикратному возрастанию $n(t) > 10\, n_0$ [Малышев, 1991; Малышев, Тихонов, 2007]. В недавних работах [Малышев, 2019, 2020] предложен способ уточнения времени t_S, в котором оставшееся время до сингулярности (асимптоты) переоценивается при смещении начальной точки на одно из событий в последовательности форшоков. Уточненная методика названа «прецедентно-экстраполяционной оценкой» (см. указанную статью в настоящем номере).

Из уравнения (3) также вытекает возможность прогноза по накоплению числа событий начиная с определенного момента времени (начала режима с обострением). Такое представление может оказаться более естественным для анализа сейсмических каталогов. Действительно, как отмечено в [Varnes, 1989], в случае α > 2 при интегрировании (3) можно получить следующее выражение для параметра $x(t)$:

$$x(t) = \frac{1}{A_0(\alpha - 2)\, y_0^{\alpha-2}} \left\{1 - \left[1 - A_0(\alpha - 1)\, y_0^{\alpha-1}\; t\,\right]\right\}^{\frac{\alpha-2}{\alpha-1}}, \tag{5}$$

в котором множитель перед фигурными скобками совпадает с предельным значением $x_{max} = x(t_S)$, и, таким образом, «критическое» число накопленных событий $N_S = N(t_S)$ определяется выражением

$$N_S = [A_0(\alpha-2)\, n_0^{\alpha-2}]^{-1} \quad \alpha > 2 \tag{6}$$

Из (4), (6) вытекает, что N_S пропорционально начальному значению активности $n = n_0$ и времени t_S, в течение которого происходит ее нарастание:

$$N_S = n_0 t_S\, (\alpha-1) / (\alpha-2). \tag{7}$$

В случае α = 2 выражение (3) упрощается и дает при интегрировании следующее выражение, заменяющее (5):

$$x(t) = -\left(\frac{1}{A_0}\right) ln(1 - A_0 y_0 t) \tag{8}$$

В этом случае при $t \to t_S$ параметр x, сопоставляемый с числом событий, неограниченно возрастает. Но, как отмечено в [Малышев, Тихонов, 2007; Tikhonov, Kim, 2010; Tikhonov, Rodkin, 2012], время t_{10}, за которое активность возрастает в 10 раз, мало отличается от t_S и может использоваться для прогноза по методу СРП. Из (3), (8) следует, что моменту t_{10} соответствует накопление событий N_{10}, определенное выражением $N_{10} = 2.303/A_0$.

В модели перехода процесса разрушения с микро- на макроуровень условие неустойчивости определяет концентрационный критерий сейсмогенных разрывов (КСР) [Соболев, Завьялов, 1980]. Этот критерий устанавливает предельное значение плотности разрывов η, т.е. их количества в единице объема. Если считать, что каждому сейсмическому событию соответствует «свой» разрыв, то число разрывов, при котором достигается критерий КСР, даст оценку для накопления числа событий до возникновения магистрального разрыва (ожидаемого землетрясения) $N_{max} = \eta_{max} V$, где V – выбранный объем среды. Предельное значение η_{max} можно выразить через минимальное отношение расстояния между разрывами, L, и их средней длиной $l_{ср}$, $k = L / l_{ср}$, значение k лежит в пределах $k = 5$–15 [Соболев, Завьялов, 1980]. Используя эти формулы и известное соотношение $\eta = 1/L^3$, можно получить оценку для прироста числа событий к моменту времени, когда достигается критерий сейсмогенных разрывов:

$$N_{max} = V / (k\, l_{ср})^3 \qquad (9)$$

Входящее в (9) $l_{ср}$ близко к длине разрыва для землетрясений с наименьшей магнитудой в выборке, этот параметр мало меняется по мере накопления событий. Таким образом, критерий прогноза в модели СРП может быть сформулирован в такой же форме, как и концентрационный критерий КСР. Это сходство свидетельствует, что модель СРП можно рассматривать как специальный случай общей модели возникновения магистрального разрыва.

Спецификой СРП является то, что в начальный момент времени коэффициент сейсмогенных разрывов уже близок к своему критическому значению. При этом даже небольшой каскад событий может проявиться в изменении параметров в обоих моделях. Из изложенного вытекает, что при ретроспективном анализе землетрясений на Сахалине, рассмотренных в работах [Тихонов и др., 2017; Закупин и др., 2019; Tikhonov, Kim, 2010; Tikhonov, Rodkin, 2012], можно обнаружить предвестники по изменению коэффициента сейсмогенных разрывов. Но проверка этой гипотезы выходит за рамки данной работы.

Взрывная неустойчивость волн – предпосылка или новое представление СРП-модели

Известное в теории нелинейных волн явление взрывной неустойчивости при трехволновом взаимодействии [Рыскин, Трубецков, 2017] может быть альтернативой для обоснования модели СРП с исходным уравнением (1). Рассмотрим эту возможность. Взрывная неустойчивость возникает при взаимодействии трех волн в метастабильной среде, причем хотя бы одна из взаимодействующих волн является волной с отрицательной энергией [Островский и др., 1986; Трубецков, Рожнёв, 2001]. К неустойчивости приводит то, что для волны с отрицательной энергией рост амплитуды и собственно энергии волны сопровождается уменьшением энергии системы, а при отборе энергии у такой волны (за счет диссипации или связи с обычной волной с положительной энергией) происходит ее нарастание [Островский и др., 1986]. Стоит подчеркнуть, что волны отрицательной энергии могут возникать только в метастабильной (неравновесной) среде, например в потоковых системах, содержащих пучки заряженных частиц или сдвиговые течения электрически нейтральной жидкости.

Сейсмогенерирующие зоны в южной части о. Сахалин, для которых выдавались прогнозы методом СРП [Тихонов и др., 2017] и где имеются системы разломов [Харахинов и др., 1984; Воейкова и др., 2007] и локализованы деформации сдвига, предположительно являются такими метастабильными системами. Для описания деформационных волн в разломно-блочной среде предложены нелинейные волновые уравнения [Николаевский, 1996; Быков, 2005, 2018]. Наиболее детально исследовалось волновое уравнение типа «синус Гордон» [Быков, 2018]. Показано, что скорость распространения таких волн значительно меньше, чем сейсмических, и характерное время распространения волны по региону может составить несколько суток или недель (т.е. сравнимо по длительности с некоторыми реализациями СРП).

Однако эти уравнения не могут адекватно учитывать наличие в среде метастабильных зон, и неудивительно, что для них не рассматривались решения с описанием взрывной неустойчивости при трехволновом взаимодействии. В данной работе исходим из общефизической модели взрывной неустойчивости [Рыскин, Трубецков, 2017]. В простейшем случае пространственно-однородной среды система уравнений для амплитуд трех взаимодействующих волн a_1, a_2, a_3 записывается в форме

$$da_1/dt = A\, a_2\, a_3 \cos\varphi,\ da_2/dt = A\, a_1\, a_2 \cos\varphi,$$
$$da_3/dt = A\, a_2\, a_3 \cos\varphi,$$

$$d\varphi/dt = -(a_1\, a_2/a_3 + a_2\, a_3/a_1 + a_1\, a_3/a_2) \sin\varphi\ ,$$
$$\varphi = \varphi_3 - \varphi_2 - \varphi_1, \qquad (10)$$

где A – коэффициент, отражающий масштаб времени, φ_1, φ_2, φ_3 – фазы волн. Знаки фаз в выражении (10) соответствуют нумерации волн: 1, 2 – с отрицательной энергией, 3 – с положительной. Система уравнений (10) существенно упрощается, если амплитуды волн были одинаковыми в начальный момент времени. Тогда, как видно из (10), они будут одинаковыми и в последующее время: $a_1 = a_2 = a_3 = a$, и вместо (10) можно записать систему из двух уравнений:

$$da/dt = A\, a^2 \cos\varphi,\ d\varphi/dt = -3A\, a \sin\varphi. \quad (11)$$

Согласно (11), амплитуда волн a растет при $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$ и уменьшается при $|\varphi| > \pi/2$. Для уравнений (11) существует интеграл движения (сохраняющаяся величина):

$$a^3 \sin\varphi = \text{const} = a_0^{\,3} \sin\varphi_0. \quad (12)$$

Если начальная фаза $\varphi_0 = 0$, то уравнение для амплитуды сводится к виду $da/dt = A\, a^2$ и его решение совпадает с выражением (3), где нужно положить $\alpha = 2$. Проводя переобозначения в (4) $y \to \alpha$, $A_0 \to A$, легко получить выражение для времени, в течение которого существует нарастающее решение $t_S = 1/Aa_0$.

При ненулевой начальной фазе φ_0, исключая $\cos\varphi$ в уравнении для амплитуды (11) с помощью соотношений $\cos\varphi = \pm\,(1 - \sin^2\varphi)^{1/2}$, $\sin\varphi = a_0^{\,3} \sin\varphi_0 / a^3$, можно получить следующее уравнение первого порядка:

$$da^2/dt \;=\; \pm 2\, A\,(a^6 - a_0^6 \sin^2\varphi_0)^{1/2}. \quad (13)$$

По своей форме уравнение (13) сходно с уравнением (1) для параметра y. Квадрат амплитуды волны пропорционален ее энергии, причем энергия определяется для волнового потока, проходящего некоторую площадку за единичное время. Это позволяет придать физический смысл параметру y, который выше в уравнении (1) вводился феноменологически: $y(t)$ отражает выделение энергии в единицу времени.

Сопоставление этого параметра с сейсмической активностью может быть оправданным, когда рассматриваются выборки событий в узком диапазоне магнитуд. Но именно так и анализировались форшоковые каскады в работах [Тихонов и др., 2017; Tikhonov, Kim, 2010; Tikhonov, Rodkin, 2012; и др.], посвященных прогнозам времени землетрясения на основе модели СРП.

Уравнение (13) допускает решение в квадратурах. Для записи этого решения удобно ввести новую переменную

$$\xi = a^2/(a_0^{\,2} \sin^{2/3}). \quad (14)$$

После замены переменной в (13) получим следующее уравнение:

$$(\xi^3 - 1)^{-1/2}\, d\xi/dt = 2Aa_0 \sin^{1/3}\varphi_0 \quad (15)$$

решение которого с начальным условием $\xi(0) = \xi_0 = \sin^{2/3}\varphi_0$, $0 < \varphi_0 \le \pi/2$ можно записать в форме

$$t = 1/(2\, A\, a_0 \sin^{1/3}\varphi_0) \int_{\xi_0}^{\xi} \mathrm{d}z/(z^3 - 1)^{1/2}. \quad (16)$$

Интеграл в (16) выражается через специальную функцию – нормальный эллиптический интеграл 1 рода $F(\Psi, k)$ [Прудников и др., 1984]:

$$t = (2\, A\, a_0 \sin^{1/3}\varphi_0)^{-1}\, [F(\Psi_0, k) - F(\Psi, k)]\, /\sqrt[4]{3}, \quad (17)$$

где $k = \sin\pi/12 \approx 0.2588$,

$$\cos\Psi_0 = \frac{1 - (\sqrt{3} + 1)\sin^{2/3}\varphi_0}{1 + (\sqrt{3} - 1)\sin^{2/3}\varphi_0}, \quad (18)$$

$$\cos\Psi = \frac{a^2/a_0^2 - (\sqrt{3} + 1)\sin^{2/3}\varphi_0}{a^2/a_0^2 + (\sqrt{3} - 1)\sin^{2/3}\varphi_0},$$

но из-за громоздкости записи (17), (18) для численных оценок удобнее выражение в квадратурах. Так, в частности, время нарастания амплитуды до бесконечности можно выразить через функцию от начальной фазы φ_0: $t_S = J(\varphi_0)/(A\alpha_0)$. Для особого случая $\varphi_0 = 0$ функция $J = 1$, а для ненулевых φ_0 из интервала $0 < \varphi_0 \le \pi/2$ функция $J(\varphi_0)$ определяется выражением

$$J(\varphi_0) = 1/(2\, \sin^{1/3}\varphi_0) \int_{\xi_0}^{\infty} dz/(z^3 - 1)^{1/2}, \quad (19)$$

$\xi_0 = 1/\sin^{2/3}\varphi_0 > 1$.

Для интервала $\pi/2 < \varphi_0 < \pi$, на котором амплитуда убывает, а фаза нарастает со временем, значения $J(\pi_0)$ определяются выражением (промежуточные выкладки опущены):

$$J(\varphi_0) = 2\, J(\pi/2) - J(\pi - \varphi_0). \quad (20)$$

Наибольший интерес представляет случай $\varphi_0 = \pi/2$, когда в начальный момент времени $da/dt = 0$ и уравнение (13) может моделировать переход из квазистационара в режим с обострением. В этом случае $J(\pi/2) = 1.214$, что отличается от особого случая $\varphi_0 = 0$ примерно на 20 %. Поскольку время существования нарастающих решений уравнения (13) или (15) равно $t_S = J(\varphi_0)/(Aa_0)$, то и t_S меняется лишь на величину около 20 % при изменении начальной фазы 0 до $\pi/2$. Этот результат можно использовать при анализе форшоковых последовательностей для поисков режимов с обострением. При сравнении эмпирических данных с урав-

Приведем значения функции $J(\varphi_0)$ для некоторых значений начальной фазы.

φ_0	0	$\pi/12$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$5\pi/12$	$\pi/2$	$7\pi/12$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	$11\pi/12$	π
$J(\varphi_0)$	1	1.005	1.020	1.046	1.085	1.140	1.214	1.289	1.344	1.383	1.409	1.424	2.429

нением (13) возникает задача подбора трех неопределенных коэффициентов A, a_0, φ_0. При пробном выборе интервала с начальной точкой до быстрого нарастания активности (на квазистационаре) удобно задать $\varphi_0 = \pi/2$. Далее вместо подбора двух параметров A_0, а для уравнения (1) находить значения A, a_0, дающие наилучшее сходство с решением (13). Это позволяет получить явную оценку времени t_s, которая используется для прогноза.

Обсуждение и выводы

В завершение стоит отметить особое свойство взрывной неустойчивости волн в среде с неоднородностью – наличие порога по амплитуде волны с отрицательной энергией [Рабинович и др., 1974; Захаров, Манаков, 1975; Bers et al., 1976]. Согласно этим и другим работам, только при достаточно большой начальной амплитуде волны с отрицательной энергией (при сильной энергетической накачке) происходит локализация волн на неоднородности и нарастание их амплитуд. При начальной амплитуде ниже порога выделяющаяся энергия уносится из области неоднородности, имеет место так называемая конвективная неустойчивость [Трубецков, Рожнёв, 2001]. Если перенести эти результаты на случай форшоковых последовательностей (СРП), можно допустить, что имеется дополнительное условие, при котором решения СРП, обнаруженные алгоритмом А.И. Малышева, дают предвестник землетрясения. Это условие сводится к наличию событий с повышенной магнитудой в начале последовательности, подчиняющейся уравнению СРП (1) или (2). После проверки допущения о дополнительном «фильтре» решений СРП по имеющимся примерам [Закупин и др., 2019] и, что еще важнее, по новым данным о сейсмических активациях перед главным событием, это допущение может объяснить различие оценок методов СРП и AMR. В одних работах (ссылки приведены выше) методы СРП или AMR считаются эффективными или, по крайней мере, приемлемыми для прогноза времени землетрясения, а в других [Vere-Jones, 2001; Hardebeck et al., 2008] – статистически не оправданными.

Нарастание сейсмической активности перед главным событием, описываемое моделью СРП, может быть проявлением (т.е. сопровождать) различных по своей природе процессов. Выше рассмотрены примеры таких физических процессов: накопление сейсмогенных разрывов и развитие взрывной неустойчивости. Модель СРП может считаться физической, а не феноменологической моделью (пусть даже сходной с концепцией самоорганизации), включающей в себя возникновение режимов с обострением. Несмотря на этот вывод, модель СРП является слишком упрощенной по сравнению с другими известными моделями подготовки очага землетрясения. При применении этой модели для разных сейсмоопасных регионов эффективность прогнозов времени землетрясения (процент успешных прогнозов к общему числу землетрясений с магнитудой не ниже, чем у «предсказанных») может существенно различаться. Особенность (а возможно, интереснейший прецедент) южной части о. Сахалина – достаточно высокая эффективность этой модели. Действительно, за сравнительно короткое время, менее 20 лет, И.Н. Тихонов, А.И. Малышев и А.С. Закупин выдали 6 успешных прогнозов, в том числе заблаговременный прогноз Невельского землетрясения 2.08.2007, M = 6.2. Количество ложных тревог и пропусков цели за тот же период – не более 3. Но магнитуда всех предсказанных событий была менее 6.5.

Предстоит проверка эффективности модели СРП для более сильных землетрясений в Дальневосточном регионе России. Поэтому весьма актуален предложенный в статье А.И. Малышева и Л.К. Малышевой новый вариант использования модели СРП для оценки сейсмической опасности. В этой работе для уточнения оценок времени главного события привлекается информация о событиях из интервала с нарастанием активности (прецедентах) и оценки названы прецедентно-экстраполяционными. Перспективно также совершенствование самой модели (расширение класса уравнений, описывающих форшоковые последовательности, введение в модель СРП дополнительных параметров), направленное на более раннее обнаружение начала «взрывного» нарастания активности перед главным событием.

Список литературы

1. Быков В.Г. **2005.** Деформационные волны в Земле: концепции, наблюдения и модели. *Геология и геофизика*, 46(11): 1176–1190

2. Быков В.Г. **2018.** Предсказание и наблюдение деформационных волн Земли. *Геодинамика и тектонофизика*, 9(3), 721–754. doi:10.5800/GT-2018-9-3-0369

3. Воейкова О.А., Несмеянов С.А., Серебрякова Л.И. **2007.** *Неотектоника и активные разломы Сахалина*. М.: Наука, 187 с.

4. Волегов П.С., Грибов Д.С., Трусов П.В. **2015.** Поврежденность и разрушение: классические континуальные теории. *Физическая мезомеханика*, 18(4), 68–87.

5. Завьялов А.Д. **2005.** От кинетической теории прочности и концентрационного критерия разрушения к плотности сейсмогенных разрывов и прогнозу землетрясений. *Физика твердого тела*, 47(6), 1000–1008.

6. Закупин А.С., Богинская Н.В., Андреева М.Ю. **2019.** Методические аспекты исследования форшоковых последовательностей методом СРП (саморазвивающиеся процессы) на примере Невельского землетрясения на Сахалине. *Геосистемы переходных зон*, 3(4): 377–389. https://doi.org/10.30730/2541-8912.2019.3.4.377-389

7. Захаров В.Е., Манаков С.В. **1975.** Теория резонансного взаимодействия волновых пакетов в нелинейных средах. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*, 69(5): 1654–1673.

8. Куксенко В.С. **1986.** Модель перехода от микро- к макроразрушению твердых тел. *Физика прочности и пластичности*: сб. статей (ред. С.Н. Журков). Л.: Наука, с. 36–41.

9. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. **2002.** *Современные проблемы нелинейной динамики*. 2-е изд., испр. и доп. М.: Эдиториал УРСС, 358 с.

10. Малышев А.И. **1991.** Динамика саморазвивающихся процессов. *Вулканология и сейсмология*, 4: 61–72.

11. Малышев А.И. **2019**. Прогнозируемость сейсмического потока и сильных землетрясений Камчатки в 1962–2014 г. *Вулканология и сейсмология*, 1: 52–66.

12. Малышев А.И. **2020.** Прогнозируемость потока сейсмической энергии Южной Европы и Средиземноморья. Вулканология и сейсмология, 1: 33–48.

13. Малышев А.И., Малышева Л.К. **2018.** Прогнозируемость потока сейсмической энергии северо-западного обрамления Тихого океана по данным каталога USGS. *Геосистемы переходных зон*, 2(3): 141–153. https://doi.org/10.30730/2541-8912.2018.2.3.141-153

14. Малышев А.И., Тихонов И.Н. **1991.** Закономерности динамики форшок-афтершоковых последовательностей землетрясений в районе Южных Курильских островов. *Доклады АН СССР*, 319(1): 134–137.

15. Малышев А.И., Тихонов И.Н. **2007.** Нелинейные закономерности развития сейсмического процесса во времени. *Физика Земли*, 6, 37–51.

16. Мячкин В.И., Костров Б.В., Соболев Г.А., Шамина О.Г. **1975.** Основы физики очага и предвестники землетрясений. В кн.: *Физика очага землетрясения*. М.: Наука, с. 6–29.

17. Николаевский В.Н. **1996.** *Геомеханика и флюидодинамика*. М.: Недра, 447 с.

18. Островский Л.А., Рыбак С.А., Цимринг Л.Ш. **1986.** Волны отрицательной энергии в гидродинамике. *Успехи физических наук*, 150(3), 117–137.

19. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. **1984.** *Интегралы и ряды*. М.: Наука, 800 с.

20. Рабинович М.И., Реутов В.П., Цветков А.А. **1974.** О слиянии волновых импульсов и пучков при взрывной неустойчивости. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*, 67(8), 525–532.

21. Рыскин Н.М., Трубецков Д.И. **2017.** *Нелинейные волны*. М.: ЛЕНАРД, 312 с.

22. Соболев Г.А., Завьялов А.Д. **1980.** О концентрационном критерии сейсмогенных разрывов. *Докл. АН СССР*, 252 (1): 69–71.

23. Тихонов И.Н., Михайлов В.И., Малышев А.И. **2017.** Моделирование последовательностей землетрясений юга Сахалина, предваряющих сильные толчки, с целью краткосрочного прогноза времени их возникновения. *Тихоокеанская геология*, 36(1): 5–14.

24. Трубецков Д.И., Рожнёв А.Г. **2001.** *Линейные колебания и волны*. М.: Физматлит, 416 с.

25. Харахинов В.В., Гальцев-Безюк С.Д., Терещенков А.А. **1984.** Разломы Сахалина. *Тихоокеанская геология*, 2: 77–86.

26. Bers A., Kaup D.J., Reiman A.H. **1976.** Nonlinear interaction of three wave packets in a homogeneous medium. *Physical Review Letters*, 37(4): 182–185. https://doi.org/10.1103/physrevlett.37.182

27. Bowman D.D., Ouillon G., Sammis C.G., Sornette A., Sornette D. **1998.** An observational test of the critical earthquake concept. *J. of Geophysical Research: Solid Earth*, 103(B10): 24359–24372. https://doi.org/10.1029/98jb00792

28. Cianchini G., De Santis Ang., Giovambattista R.D., Abbattista C., Amoruso L., Campuzano S.A., Carbone M., Cesaroni C., De Santis Anna, Marchetti D. et al. **2020.** Revised accelerated moment release under

test: Fourteen worldwide real case studies in 2014–2018 and simulations. *Pure and Applied Geophysics*, 177: 4057–4087. https://doi.org/10.1007/s00024-020-02461-9

29. Das S., Scholz C. H. **1981.** Theory of time-dependent rupture in the Earth. *J. of Geophysical Research: Solid Earth*, 86: 6039–6051. https://doi.org/10.1029/jb086ib07p06039

30. Debate on evaluation of the VAN Method: Editor's introduction. **1996.** *Geophysical Research Letters*, 23(11): 1291–1293. https://doi.org/10.1029/96gl00742

31. Geller R. **1997.** Earthquake prediction: critical review. *Gephysical J. International*, 131(3): 425–450. https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1997.tb06588.x

32. Hardebeck J.L., Felzer K.R., Michael A.J. **2008.** Improved tests reveal that the accelerating moment release hypothesis is statistically insignificant. *J. of Geophysical Research*, 113(B08310). doi:10.1029/2007JB005410

33. Jaumé S., Sykes L. **1999.** Evolving towards a critical point: A review of accelerating seismic moment/energy release prior to large and great earthquakes. *Pure and Applied Geophysics*, 155: 279–305. https://doi.org/10.1007/s000240050266

34. Tikhonov I.N., Kim Ch.U. **2010.** Confirmed prediction of the 2 August 2007 Mw 6.2 Nevelsk earthquake (Sakhalin Island, Russia). *Tectonophysics*, 485: 85–93. https://doi.org/10.1016/j.tecto.2009.12.002

35. Tikhonov I.N., Rodkin M.V. **2012(2011).** The current state of art in earthquake prediction, the typical precursors, and the experience in the earthquake forecasting at the Sakhalin Island and the surrounding areas. In: (Ed. Sebastiano D'Amico) *Earthquake Research and Analysis – Statistical Studies, Observations and Planning*. Book 5, p. 43–79. doi:10.5772/28689

36. Vere-Jones D., Robinson R., Yang W. **2001.** Remarks on the accelerated moment release model: problems of model formulation, simulation and estimation. *Geophysical J. International*, 144: 517–531. https://doi.org/10.1046/j.1365-246x.2001.01348.x

37. Voight B. **1989.** A relation to describe rate-dependent material failure. *Science*, 243(4888): 200–203. https://doi.org/10.1126/science.243.4888.200

38. Varnes D.J. **1989.** Predicting earthquakes by analyzing accelerating precursory seismic activity. *Pure and Applied Geophysics*, 130(4): 661–686. https://doi.org/10.1007/bf00881603

DISCUSSIONS

УДК 550.343.6

https://doi.org/10.30730/gtrz.2021.5.2.138-145.145-152

TRANSLATION

Fundamental for self-developing processes model and problems of its application to earthquakes prediction in the Far East region

© 2021 *Leonid M. Bogomolov**[1], *Vladimir N. Sychev*[2]

[1]*Institute of Marine Geology and Geophysics, FEB RAS, Yuzhno-Sakhalinsk, Russia*
[2]*Research Station RAS in Bishkek city, Kyrgyzstan*

**E-mail: l.bogomolov@imgg.ru*

Abstract. Seismic activation in the period of foreshocks (prior to the mainshock) described by the model of self-developing processes (SDP) is possibly a manifestation of explosive instability of low frequency straining waves in metastable medium. To highlight so nontrivial relationship of continuous wave motions and discrete seismic events flow is a goal of this narrative. Thus, the rationale of the SDP model (the equation, in reality) has been modified, which is of importance in relevance with the article by the Malyshevs in the current issue (A.I. Malyshev, L.K. Malysheva. Precedent-extrapolation estimate of the seismic hazard in the Sakhalin and South Kurils region) which is to improve the seismic hazard estimates by means of this model. A new way to reveal the very beginning of blow-up regime after quasi-stationary one is proposed.

Keywords: equation of the self - developing processes model, foreshock sequence, seismic events accumulation, waves interaction, metastable medium, explosive instability

***For citation*:** Bogomolov L.M., Sychev V.N. Fundamental for self-developing processes model and problems of its application to earthquakes prediction in the Far East region. *Geosistemy perehodnykh zon = Geosystems of Transition Zones*, 2021, vol. 5, no. 2, pp. 138–152. (In Russ. & Engl.). https://doi.org/10.30730/gtrz.2021.5.2.138-145.145-152.

Translation of the article published in the present issue of the Journal: Богомолов Л.М., Сычев В.Н. Физические основы модели саморазвивающихся процессов и вопросы ее применения для прогнозов землетрясений в Дальневосточном регионе. *Translation by G.S. Kachesova.*

Introduction

With the development of the Malyshev – Tikhonov approach to mid-term and short-term estimates of the earthquake time on the basis of the self - developing processes model (SDP) [Malyshev, 1991; Malyshev, Tikhonov, 1991] and accumulation of the successful (realized) predictions in the Far East region [Malyshev, Malysheva, 2018, the article in the current issue; Zakupin et al., 2019], the problem of the SDP model fundamentals becomes more and more significant. This approach describes the time dependence of seismic activity before a large earthquake with a kinetic equation, the solution of which is singular: it grows without limit during the finite time. This corresponds to the realization of the blow-up regime known in the dynamics of nonlinear systems [Malinetskiy, Potapov, 2002]. In both cases, the main property of the parameter of system state is its rapid temporal growth, exceeding the exponential rate. But the similarity to the concept of self-organization cannot replace the physical grounds of the used SDP model equation.

A resuming note of hiring debates of the 1990s on the earthquakes predictions possibility or impossibility in principle [Debate… , 1996; Geller et al., 1997] stated that geophysical fields variations, considered as precursors of an earthquake, must be related to the processes of the earthquake source preparation. One can satisfy partially such request for the SDP model by refining the “SDP” physical nature. In original works [Malyshev, 1991; Malyshev, Tikhonov, 1991; Tikhonov, Rodkin, 2012], the initial equation of the SDP model was associated with the equation of damage accumulation in materials in the settings of small change in thermodynamic parameters [Voigt, 1989]. Subsequent works of seismologists did not pay considerable attention to the problems of the SDP validation. Meanwhile, Voigt’s approach is no longer used in modern physical material science and mechanics of fatigue fracture [Volegov et al., 2015]. In this regard, the present note considers physical models resuling in the re-formulation of the SDP model to describe blow-up regimes occuttnce for foreshock sequences.

Analysis of the SDP model equations

According to [Malyshev, Tikhonov, 1991] and subsequent works, the main equation of the SDP model has a form

$$d^2x/dt^2 = A_0\,|\,(dx/dt)^{\lambda} - c^{\lambda}|^{\alpha/\lambda}, \text{ or}$$
$$dy/dt = A_0\,|\,y^{\lambda} - c^{\lambda}|^{\alpha/\lambda} \qquad (1)$$

where $x(t)$ – is the state parameter, related below to the temporal dependence of the number of event occurred, or to that of total release of seismic energy, $y(t)$ – rate of change in x parameter; A_0, α, λ, c – indefinite positive constants, and at the initial time moment $dx/dt > c$. When comparing the solutions $y(t)$ with the empirical data the parameter c in equation (1) is assumed to be negligible and does not play any role. Hence, we used the simplified equation instead of (1)

$$dy/dt = A_0\,y^{\alpha}, \qquad (2)$$

which form is identical to the equation of unstable growth of a circular (disk-shaped) crack [Das, Scholz, 1981; Varnes, 1989] and with the equation of damage accumulation in materials in the settings of small change in thermodynamic parameters [Voigt, 1989]. Seemingly, this circumstance can explain the physical mechanism of the SDP model. But, a discrepancy arises with the examples of earthquakes on Sakhalin, predicted using equation (2) [Malyshev, Malysheva, 2018; Zakupin et al., 2019; Tikhonov, Kim, 2010], and it prevents the exlanation attempt. For all events for which the predictions were made in the cited works using the SDP model, focal movements occurred along the already existing faults. It should be noted, that the density of faults of various ranks on the territory of Sakhalin is high [Kharakhinov et al., 1984; Voeikova et al., 2007], so, there is no need to consider new breaks.

A possible explanation of the SDP model from the standpoint of the general model of the fracture process transition from the micro- to the macrolevel (due to accumulation of a certain number of defects and the coalescence), seems to be more promising. Defects, in this case, mean microcracks in geomaterials specimens, cracks in rock masses, seismogenic ruptures of the medium (depending on the problem scale) [Myachkin et al., 1975; Kuksenko, 1986; Sobolev, Zav’yalov, 1980; Zav’yalov, 2005]. To clarify this possibility, let us consider the criterion by which the time before the occurrence of a macroscopic rupture is determined and compare it with the condition of an indefinite increase in the parameter $y(t)$ from equation (2). This time in the SDP model is taken as the earthquake predicted time. For certainty, it is convenient to compare the parameter $x(t)$ with the accumulation of the events number $x \leftrightarrow N(t)$, then the seismic activity $n(t)$ will correspond to the dependence $y = dx / dt$.

Equation (2) is easily integrated and its solution with the initial condition $y(0) = y_0$ can be written in the form

$$y = y_0 / [1 - A_0 (\alpha - 1)\, y_0^{\alpha-1}\, t]^{\,1/(\alpha-1)} \qquad (3)$$

Expression (3) shows that a solution, which grows in time, exists until the singularity moment, t_S.

$$t_S = \frac{1}{A_0(\alpha - 1) y_0^{\alpha-1}} = y_0\, [(\alpha - 1)\,(dy/dt)|_{t=0}]^{-1} \qquad (4)$$

Estimates of the time up to an earthquake moment in the SDP model is actually based on this expression for t_S. The thing is so for the AMR model (accelerated moment release model), the and English-language analogue of the SDP [Varnes, 1989; Bowman et al., 1998; Jaumé, Sykes 1999; Cianchini et al., 2020]). But due to the inaccuracy of determining the rate of activity growth ($y_0 \leftrightarrow n(0) = n_0$) at the very beginning of the blow-up regime, A.I. Malyshev proposed special algorithms: the expected time of a large earthquake is determined by the appearance of a "vertical asymptote" to the activity graph corresponding to an approximately tenfold increase in $n(t) > 10\, n_0$ [Malyshev, 1991; Malyshev, Tikhonov, 2007]. Recent works [Malyshev, 2019, 2020] proposed a method for refining the time t_S, in which the remaining time to the singularity (asymptote) is revaluated when the initial point is shifted for one of the events in the foreshock sequence. The refined methodology is called "precedent-extrapolation estimate" (see the above-mentioned article in this issue).

The possibility of predicting the accumulation of the events number starting from a certain time moment (the beginning of the blow-up regime) also results from the expression (3). Such representation may become more natural for the analysis of seismic catalogs. Indeed, as it is noted in [Varnes, 1989], one can obtained the following expression for the parameter $x(t)$ by integration of (3) in the case of $\alpha > 2$:

$$x(t) = \frac{1}{A_0(\alpha - 2)\, y_0^{\alpha-2}} \{1 - [1 - A_0(\alpha - 1)\, y_0^{\alpha-1}\; t\,]\}^{\frac{\alpha-2}{\alpha-1}}, \qquad (5)$$

where the factor in front of the curly braces coincides with the limit value $x_{max} = x(t_S)$, and, thus, the "critical" number of accumulated events $N_S = N(t_S)$ is determined by the expression

$$N_S = [A_0(\alpha - 2)\, n_0^{\alpha-2}]^{-1} \quad \alpha > 2 \qquad (6)$$

It results from (4), (6), that N_S is proportional to the initial value of activity $n = n_0$ and time t_S, during which it increases:

$$N_S = n_0 t_S\, (\alpha - 1) / (\alpha - 2). \qquad (7)$$

When $\alpha = 2$, expression (2) is simplified, and its integration results in the following expression, replacing (5), when integrating:

$$x(t) = -\left(\frac{1}{A_0}\right) ln(1 - A_0 y_0 t) \qquad (8)$$

In this case, parameter x, associated with the events number, indefinitely increases when $t \to t_S$. But, as it is noted in [Malyshev, Tikhonov, 2007; Tikhonov, Kim, 2010; Tikhonov, Rodkin, 2012], time t_{10}, during which the activity increases by 10 times, differs insignificantly from t_S and can be used for the predictions by means of the SDP method. It results from (3), (8), that the moment t_{10} is correspondent with the events accumulation N_{10}, determined by the expression $N_{10} = 2.303/A_0$.

The condition of instability determines the concentration criterion of seismogenic ruptures (CSR) in the model of the fracture process transition from the micro to the macrolevel [Sobolev, Zavyalov, 1980]. This criterion sets the limit value for the density of ruptures η, i.e. their quantity per unit volume. If we assume, that each seismic event corresponds to its "own" rupture, then the number of ruptures, at which the CSR criterion is achieved, will provide an estimate for the accumulation of the events number before the occurrence of a main rupture (expected earthquake) $N_{max} = \eta_{max}\, V$, where V is the selected volume of the medium. Limiting value η_{max} can be expressed through the minimum ratio of a distance between the ruptures, L, and their average length l_{av}, $k = L / l_{av}$, the k value is in the range $k = 5$–15 [Sobolev, Zavyalov, 1980]. Using these formulae and well-known relation $\eta = 1/L^3$, it is possible to obtain the estimate for the increase in events number by the time moment, when the seismogenic ruptures criterion is reached:

$$N_{max} = V / (k\, l_{av})^3 \qquad (9)$$

Included in (9) l_{av} is close to the length of a rupture for earthquakes of a lowest magnitude in the sample, this parameter varies insignificantly as events are accumulated. Thus, the prediction criterion in the SDP model can be formulated in the same form, as the concentration criterion (K_{av}). This conformity speaks in a favor that the SDP model is a special case of a general model of major break occurrence.

A peculiar feature of the SDP is that the coefficient of seismogenic ruptures is already close to its critical value at the initial time moment. This is a case when cascade of even a small events number is able to manifest itself in the change in parameters of both models. It follows from the above, that a retrospective analysis of the earthquakes in Sakhalin, considered in the works [Tikhonov et al., 2017; Zakupin et al., 2019; Tikhonov, Kim, 2010; Tikhonov, Rodkin, 2012], allows to find the precursors by change in the coefficient of seismogenic ruptures. But the test of this hypothesis is beyond the scope of this work.

Wave explosive instability – a prerequisite or a new representation of the SDP model

The phenomenon of explosive instability during three-wave interaction, known in the theory of nonlinear waves [Ryskin, Trubetskov, 2017], can be an alternative for rationale for the SDP model with the original equation (1). Let's consider this possibility. Explosive instability arises when three waves interact in a metastable medium, and at least one of the interacting waves is a negative energy wave [Ostrovskiy et al., 1986; Trubetskov, Rozhnev, 2001]. Instability is caused by that an increase in both: amplitude and energy of "negative energy" waves is accompanied by a decrease in the energy of the system. So, the wave amplitude grows when the energy is taken from such a wave (due to dissipation or connection with an ordinary positive energy wave) [Ostrovskiy et al., 1986]. It should be emphasized, that negative energy waves can arise only in a metastable (nonequilibrium) medium, for example, in the stream systems, which contain charged particle beams or shear flows of an electrically neutral liquid.

Seismogenic zones in the southern part of Sakhalin Island are presumably such metastable systems. Let us remark that for this subregion the predictions were made using the SDP method [Tikhonov et al., 2017], and the faults systems are presented widely [Kharakhinov et al., 1984; Voeykova et al., 2007], and shear deformations are localized in the fault zones. Nonlinear wave equations are proposed to describe deformation waves in the fault block medium [Nikolaevsky, 1996; Bykov, 2005, 2018]. The wave equation of sine-Gordon type was studied in more details [Bykov, 2018]. It is shown, that such waves propagation rate is much lower than that for seismic ones, and typical time of a wave propagation over a region can be several days or weeks (i.e. it is comparable to durations given by some implementations of the SDP model.

However, these equations are not able to take into account properly the presence of metastable zones in a medium. So, and it is unsurprising that the solutions of above equations, which can describe the wave explosive instability during three-waves interaction, were not considered. In this work we proceed from the general physical model of wave explosive instability [Ryskin, Trubetskov, 2017]. In the simplest case of a spatially homogeneous medium, the system of equations for amplitudes of three interacting waves a_1, a_2, a_3 is written in the form:

$$da_1/dt = A\,a_2\,a_3 \cos\varphi,\ da_2/dt = A\,a_1\,a_2 \cos\varphi,$$
$$da_3/dt = A\,a_2\,a_3 \cos\varphi,$$

$$d\varphi/dt = -(a_1\,a_2/a_3 + a_2\,a_3/a_1 + a_1\,a_3/a_2) \sin\varphi\ ,$$
$$\varphi = \varphi_3 - \varphi_2 - \varphi_1, \qquad (10)$$

where A – time scale factor, φ_1, φ_2, φ_3 – wave phases. Phases signs in expression (10) correspond to the waves numbering: 1, 2 – negative energy waves, 3 – positive energy wave. The system of equations (10) is significantly simplified, if wave amplitudes are the same at the initial time moment. Then, as it can be seen from (10), the amplitudes will be the same in the subsequent time: $a_1 = a_2 = a_3 = a$, and a system of two equations can be written instead of (10):

$$da/dt = A\,a^2 \cos\varphi,\ d\varphi/dt = -3A\,a \sin\varphi. \qquad (11)$$

According to (11), amplitude a increases when $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$, and decreases when $|\varphi| > \pi/2$. There is an integral of motion (conserved quantity) for equations (11):

$$a^3 \sin\varphi = \text{const} = a_0^{\,3} \sin\varphi_0. \qquad (12)$$

If the initial phase $\varphi_0 = 0$, then equations for an amplitude is reduced to the form $da/dt = A\,a^2$, and its solution coincides with expression (3), where the substitution $\alpha = 2$ is necessary. Changing the notation $y \to a$, $A_0 \to A$ in (4), one can obtain easily an expression for the time, during which the growing solution exists $t_S = 1/Aa_0$.

For a nonzero initial phase φ_0, excluding cos φ in the amplitude equation (11) with the aids of formulae $\cos\varphi = \pm\,(1 - \sin^2\varphi)^{1/2}$, $\sin\varphi = a_0^{\,3} \sin\varphi_0 / a^3$, one can become the following first-order equation:

$$da^2/dt \ = \ \pm 2\,A\,(a^6 - a_0^6 \sin^2\varphi_0)^{1/2}. \qquad (13)$$

Equation (13) is similar in form to equation (1) for y parameter. Squared wave amplitude is proportional to its energy, and wave energy is determined for wave flow passing through a certain area in a unit time. This implies that the y parameter from equation (1) has a physical essence of the energy release per unit time.

Comparison of this parameter with the seismic activity can be justified, when the samples of events in a narrow magnitude range are considered. But this is the way of the foreshock cascades analysis in the works [Tikhonov et al., 2017; Tikhonov, Kim, 2010; Tikhonov, Rodkin, 2012; etc.], devoted to the prediction of earthquake origin time based on the SDP model.

Equation (13) permits a solution in quadratures. It is convenient to introduce a new variable to write this solution:

$$\xi = a^2/(a_0^2 \sin^{2/}\varphi_0^{3}). \qquad (14)$$

After changing the variable in (13), we obtained the following equation:

$$(\xi^3{-}1)^{-1/2}\, d\xi/dt = 2\mathrm{A}a_0 \sin^{1/3}\varphi_0 \qquad (15)$$

Solution of which with the initial condition $\xi(0) = \xi_0 = \sin^{2/3}\phi_0$, $0 < \varphi_0 \le \pi/2$ can be written in a form

$$t = 1/(2\,A\,a_0 \sin^{1/3}\varphi_0) \int_{\xi_0}^{\xi} \mathrm{d}z/(z^3-1)^{1/2} \qquad (16)$$

Integral in (16) is expressed in terms of a special function – normal elliptic integral of the first kind $\mathrm{F}(\Psi, k)$ [Prudnikov et al., 1984]:

$$t = (2\,A\,a_0 \sin^{1/3}\varphi_0)^{-1}\,[\mathrm{F}(\Psi_0,k) - \mathrm{F}(\Psi,k)]\,/\sqrt[4]{3}, \qquad (17)$$

where $k = \sin \pi/12 \approx 0.2588$,

$$\cos\Psi_0 = \frac{1-(\sqrt{3}+1)\sin^{2/3}\varphi_0}{1+(\sqrt{3}-1)\sin^{2/3}\varphi_0}, \qquad (18)$$

$$\cos\Psi = \frac{a^2/a_0^2-(\sqrt{3}+1)\sin^{2/3}\varphi_0}{a^2/a_0^2+(\sqrt{3}-1)\sin^{2/3}\varphi_0},$$

but due to the awkwardness of a record (17) and (18), the quadrature expression will be more convenient for numerical estimates. In particular, the time of amplitude rise to infinity can be expressed in terms of a function of the initial phase φ_0: $t_S = J(\varphi_0)/(Aa_0)$. For a special case, when $\varphi_0 = 0$, the function $J = 1$, and for nonzero φ_0 from the interval $0 < \varphi_0 \le \pi/2$ the function $J(\phi_0)$ is determined by expression

$$J(\varphi_0) = 1/(2\sin^{1/3}\varphi_0) \int_{\xi_0}^{\infty} dz/(z^3-1)^{1/2}, \qquad (19)$$

$$\xi_0 = 1/\sin^{2/3}\varphi_0 > 1.$$

For the interval $\pi/2 < \varphi_0 < \pi$, where an amplitude decreases, and phase rises in time, the values of $J(\varphi_0)$ are determined by expression (the intermediate steps are omitted):

$$J(\varphi_0) = 2\,J(\pi/2) - J(\pi - \varphi_0). \qquad (20)$$

The case $\varphi_0 = \pi/2$ is the most interesting, when at initial time moment $da/dt = 0$, and equation (13) can simulate transition from quasi-stationary to blow-up regime. In such instance, $J(\pi/2) = 1.214$, that differs from the special case $\varphi_0 = 0$ approximately by 20 %. Since the lifetime of growing solutions of equations (13) or (15) is $t_S = J(\varphi_0)/(Aa_0)$, then t_S also changes by nearly 20 % only when initial phase changes from 0 to $\pi/2$. This result can be used when analyzing the foreshock sequences to search for blow-up regimes. The problem of selection of three undefined factors A, a_0, φ_0 arises when comparing the empirical data with equation (13). The trial selection of initial phase $\varphi_0 = \pi/2$ seems to be reasonable for the chosen interval with initial point prior to rapid activity growth (at quasi-stationary regime). Then, one can specify the values of A, a_0 that will provide the best similarity to solution (13) rather than solution of equation (1). This is a way to obtain a clear assessment of time t_S, which is used for prediction.

Discussion and conclusion

In conclusion, it is worth noting the special feature of wave explosive instability in the medium with non-homogeneity – the presence of amplitude threshold of negative energy wave [Rabinovich et al., 1974; Zakharov, Manakov, 1975; Bers et al., 1976]. According to these and other works the waves localization on non-homogeneity, and their amplitude growth take place only when the initial amplitude of negative energy wave is high enough (powerful energy income). When the initial amplitude is below the threshold, the released

Turn to the values of the function $J(\varphi_0)$ for some values of the initial phase.

j	0	p/12	p/6	p/4	p/3	5p/12	p/2	7p/12	2p/3	3p/4	5p/6	11p/12	π
$J(\varphi_0)$	1	1.005	1.020	1.046	1.085	1.140	1.214	1.289	1.344	1.383	1.409	1.424	2.429

energy is transferred away from non-homogeneity zone, and the so-called convective instability takes place [Trubetskov, Rozhnev, 2001]. Applying these results to the case of foreshock sequences (SDP), one can assume, that there is an additional condition under which the SDP solutions, revealed by means of A.I. Malyshev's algorithm, provide a precursor of earthquake. This condition is reduced to the presence of events with enlarged magnitude in the beginning of subsequence obeying the SDP equations (1) or (2). This assumption allows validation by the existing examples of the SDP solutions [Zakupin et al., 2019], and, more importantly, by using the new data on seismic activation prior to the stationary mainshock. After its validation the assumption concerning an additional "filter" of the SDP solutions is able to explain the difference between estimates by the SDP and AMR methods. In some works (the references are given above), the SDP or AMR methods are considered effective or at least acceptable for predicting the time of an earthquake, while in others [Vere-Jones, 2001; Hardebeck et al., 2008] they are supposed to be statistically not justified.

The increase in seismic activity before the mainshock, described by the SDP model, can be a manifestation (i.e. it follows someth.) of the processes of different origin. The examples of such physical processes are considered above: the accumulation of seismogenic faults and the development of explosive instability. The SDP model can be considered a physical rather than phenomenological model, although it is similar to the concept of self-organization, which involves the blow-up regime occurrence. Nevertheless, the SDP model is actually oversimplified. When applying this model for different seismically hazardous regions, So, the resulted efficiency of earthquake time predictions of the time of an earthquake (the percentage of successful predictions to the total number of earthquakes with a magnitude not lower than that of the "predicted" ones) can vary significantly. The southern part of Sakhalin Island gave peculiar, but very interesting precedent that efficiency of SDP model is high enough. Indeed, in a relatively short time, less than 20 years, I.N. Tikhonov, A.I. Malyshev and A.S. Zakupin have provided 6 successful forecasts, including an early prediction for the August 2, 2007 M = 6.2 Nevelsk earthquake. The number of false alarms and missed targets for the same period is no more than 3. But the magnitude of all predicted events was less than 6.5.

The effectiveness of the SDP model for predictions of major earthquakes in the Far East region of Russia has to be tested. Therefore, the new approach to use the SDP model to estimate the seismic hazard proposed by the Malyshevs in their paper (work) is highly relevant. The information about events from the interval with increasing activity (precedents) is used in this work to refine the estimates of the mainshock origin time, and these estimates are called precedent-extrapolative. It is also promising to improve the model itself (expanding the class of equations describing the foreshock sequences, introducing additional parameters into the SDP model) aimed to detect the very beginning of an "explosive" increase in the activity before the mainshock.

References

1. Bers A., Kaup D.J., Reiman A.H. **1976.** Nonlinear interaction of three wave packets in a homogeneous medium. *Physical Review Letters*, 37(4): 182–185. https://doi.org/10.1103/physrevlett.37.182

2. Bowman D.D., Ouillon G., Sammis C.G., Sornette A., Sornette D. **1998.** An observational test of the critical earthquake concept. *J. of Geophysical Research: Solid Earth*, 103(B10): 24359–24372. https://doi.org/10.1029/98jb00792

3. Bykov V.G. **2005.** Strain waves in the Earth: theory, field data, and models. *Russian Geology and Geophysics*, 46(11): 1176–1190. (In Russ.).

4. Bykov V.G. **2018.** Prediction and observation of strain waves in the Earth. *Geodynamics & Tectonophysics*, 9(3): 721–754. (In Russ.).

5. Cianchini G., De Santis Ang., Giovambattista R.D., Abbattista C., Amoruso L., Campuzano S.A., Carbone M., Cesaroni C., De Santis Anna, Marchetti D. et al. **2020.** Revised accelerated moment release under test: Fourteen worldwide real case studies in 2014–2018 and simulations. *Pure and Applied Geophysics*, 177: 4057–4087. https://doi.org/10.1007/s00024-020-02461-9

6. Das S., Scholz C. H. **1981.** Theory of time-dependent rupture in the Earth. *J. of Geophysical Research: Solid Earth*, 86: 6039–6051. https://doi.org/10.1029/jb086ib07p06039

7. Debate on evaluation of the VAN Method: Editor's introduction. **1996.** *Geophysical Research Letters*, 23(11): 1291–1293. https://doi.org/10.1029/96gl00742

8. Geller R. **1997.** Earthquake prediction: critical review. *Gephysical J. International*, 131(3): 425–450. https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1997.tb06588.x

9. Hardebeck J.L., Felzer K.R., Michael A.J. **2008.** Improved tests reveal that the accelerating moment release hypothesis is statistically insignificant. *J. of Geophysical Research*, 113(B08310). doi:10.1029/2007JB005410

10. Jaumé S., Sykes L. **1999.** Evolving towards a critical point: A review of accelerating seismic moment/energy release prior to large and great earthquakes. *Pure and Appl. Geophysics*, 155: 279–305. https://doi.org/10.1007/s000240050266

11. Kharakhinov V.V., Gal'tsev-Bezyuk S.D., Tereshchenkov A.A. **1984.** [Sakhalin faults]. *Tikhookeanskaya geologiya = Geology of the Pacific Ocean*, 2: 77–86. (In Russ.).

12. Kuksenko V.S. **1986.** [Transition model from micro- to macro-destruction of the solids]. In: (Ed. S.N. Zhurkov) *Fizika prochnosti i plastichnosti* [*Physics of strength and plasticity*]. Leningrad: Nauka, p. 36–41.

13. Malinetskiy G.G., Potapov A.B. **2002.** [*Modern problems of nonlinear dynamics*]. 2 ed., revised and enlarged. Moscow: Editorial URSS, 358 p.

14. Malyshev A.I. **1991.** Dynamics of self-developing processes. *Volcanology & Seismology*, 4: 61–72. (In Russ.).

15. Malyshev A.I., **2019**. The predictability of the seismicity and large earthquakes: Kamchatka 1962 to 2014. *J. of Volcanology and Seismology*, 13: 42–55.

16. Malyshev A.I. **2020.** Predictability of the seismic energy flux: Southern Europe and the Mediterranean. *J. of Volcanology and Seismology*, 14(1): 30–43.

17. Malyshev A.I., Malysheva L.K. **2018.** Predictability of seismic energy rate in northwest frame of Pacific Ocean on the base of USGS catalogue. *Geosistemy perehodnykh zon = Geosystems of Transition Zones*, 2(3): 141–153. (In Russ.). https://doi.org/10.30730/2541-8912.2018.2.3.141-153

18. Malyshev A.I., Tikhonov I.N. **1991.** [Regularities of the dynamics of the foreshock and aftershock sequences in the region of South Kuril Islands]. *Doklady AN USSR = Proceedings of the USSR Academy of Sciences*, 319(1): 134–137. (In Russ.).

19. Malyshev A.I., Tikhonov I.N. **2007.** Nonlinear regular features in the development of the seismic process in time. *Izv. Physics of the Solid Earth*, 43(6): 476–489.

20. Myachkin V.I., Kostrov B.V., Sobolev G.A., Shamina O.G. **1975.** [Fundamentals of the source physics and earthquakes precursors]. In: *Fizika ochaga zemletryaseniya* [*Physics of earthquake source*]. Moscow: Nauka, p. 6–29.

21. Nikolaevsky V.N. **1996.** *Geomechanics and fluid dynamics*. Moscow: Nedra, 447 p.

22. Ostrovskiy L.A., Rybak S.A., Tsimring L.Sh. **1986.** Negative energy waves in hydrodynamics. *Soviet Physics Uspekhi*, 29(11): 1040–1052. https://doi.org/10.1070/pu1986v029n11abeh003538

23. Prudnikov A.P., Brychkov Yu.A., Marichev O.I. **1984.** *Integraly i ryady* [*Integrals and series*]. Moscow: Nauka, 800 p.

24. Rabinovich M.I., Reutov V.P., Tsvetkov A.A. Coalescence of wave pulses or beams in explosive instability. *Soviet Physics – JETP*, 40(2): 260–263. URL: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e_040_02_0260.pdf

25. Ryskin N.M., Trubetskov D.I. **2017.** [*Nonlinear waves*]. Moscow: LENARD, 312 p.

26. Sobolev G.A., Zav'yalov A.D. **1980.** [On the concentration criterion of seismogenic ruptures]. *Doklady AN USSR = Proceedings of the USSR Academy of Sciences*, 252 (1): 69–71. (In Russ.).

27. Tikhonov I.N., Mikhaylov V.I., Malyshev A.I. **2017.** Modeling the Southern Sakhalin earthquake sequences preceding strong shocks for short-term prediction of their origin time. *Russian J. of Pacific Geology*, 11(1): 1–10. https://doi.org/10.1134/s1819714017010092

28. Trubetskov D.I., Rozhnev A.G. **2001.** [*Linear oscillations and waves*]. M.: Fizmatlit, 416 p.

29. Tikhonov I.N., Kim Ch.U. **2010.** Confirmed prediction of the 2 August 2007 Mw 6.2 Nevelsk earthquake (Sakhalin Island, Russia). *Tectonophysics*, 485: 85–93. https://doi.org/10.1016/j.tecto.2009.12.002

30. Tikhonov I.N., Rodkin M.V. **2012(2011).** The current state of art in earthquake prediction, the typical precursors, and the experience in the earthquake forecasting at the Sakhalin Island and the surrounding areas. In: (Ed. Sebastiano D'Amico) *Earthquake Research and Analysis – Statistical Studies, Observations and Planning*. Book 5, p. 43–79. doi:10.5772/28689

31. Varnes D.J. **1989.** Predicting earthquakes by analyzing accelerating precursory seismic activity. *Pure and Applied Geophysics*, 130(4): 661–686. https://doi.org/10.1007/bf00881603

32. Vere-Jones D., Robinson R., Yang W. **2001.** Remarks on the accelerated moment release model: problems of model formulation, simulation and estimation. *Geophysical J. International*, 144: 517–531. https://doi.org/10.1046/j.1365-246x.2001.01348.x

33. Voeykova O.A., Nesmeyanov S.A., Serebryakova L.I. **2007.** [*Neotectonics and active faults of Sakhalin*]. Moscow: Nauka, 187 p. (In Russ.).

34. Voight B. **1989.** A relation to describe rate-dependent material failure. *Science*, 243(4888): 200–203. https://doi.org/10.1126/science.243.4888.200

35. Volegov P.S., Gribov D.S., Trusov P.V. **2017(2015).** Damage and fracture: classical continuum theories. *Physical mesomechanics*, 20(2): 157–173. https://doi.org/10.1134/s1029959917020060

36. Zakharov V.E., Manakov S.V. **1976(1975).** The theory of resonance interaction of wave packets in nonlinear media. *Soviet Physics – JETP*, 42(5): 842–850. URL: http://jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e_042_05_0842.pdf

37. Zakupin A.S., Boginskaya N.V., Andreeva M.Yu. **2019.** Methodological aspects of the study of seismic sequences by SDP (self-developing processes) on the example of the Nevelsk earthquake on Sakhalin. *Geosistemy perehodnykh zon = Geosystems of Transition Zones*, 3(4): 377–389. (In Russ, abstr. in Engl.). https://doi.org/10.30730/2541-8912.2019.3.4.377-389

38. Zavyalov A.D. **2005.** From the kinetic theory of strength and fracture concentration criterion to the seismogenic fracture density and earthquake forecasting. *Physics of the Solid State*, 47(6): 1034–1041. https://doi.org/10.1134/1.1946852

Об авторах

БОГОМОЛОВ Леонид Михайлович (ORCID 0000-0002-9124-9797), доктор физико-математических наук, директор Института морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск, bleom@mail.ru

СЫЧЕВ Владимир Николаевич (ORCID 0000-0001-7508-9087), кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Научная станция РАН в г. Бишкеке, Киргизия, sychev@gdirc.ru

About the Authors

Bogomolov Leonid Mikhailovich (ORCID 0000-0002-9124-9797), Doctor of Physics and Mathematics, Director of the Institute of Marine Geology and Geophysics of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Yuzhno-Sakhalinsk, bleom@mail.ru

SYCHEV Vladimir Nikolaevich (ORCID 0000-0001-7508-9087), Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Research Station RAS in Bishkek, Kyrgyzstan, sychev@gdirc.ru