УДК 532.546.2

doi: 10.30730/2541-8912.2019.3.1.054-064

Исследование эффективности применения аналитических подходов для описания эволюции паровой камеры при добыче нефти методом парогравитационного дренирования

© 2019 А. А. Костина*, М. С. Желнин, О. А. Плехов, И. А. Пантелеев

Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук – филиал Пермского федерального исследовательского центра УрО РАН, Пермь, Россия *E-mail: kostina@icmm.ru

Представлен анализ аналитических подходов для описания роста паровой камеры, образующейся при добыче высоковязкой нефти методом парогравитационного дренирования. Оценка эффективности проводилась на основании сравнения аналитических решений с численными результатами, полученными на основе разработанной математической модели, в которой отсутствует большинство физических допущений, закладываемых при выводе аналитических соотношений. Модель включает в себя уравнения баланса массы для воды, пара и нефти, уравнение баланса энергии с учетом фазового перехода, возникающего при испарении пара и конденсации воды. Для описания фильтрации каждой из компонент используется закон Дарси. Компьютерная реализация модели основана на алгоритме численного решения системы уравнений методом конечных элементов относительно неизвестных величин насыщенностей и давления. Результаты численного моделирования показали наличие квазистационарного участка на графиках зависимости высоты и ширины паровой камеры от времени, вызванного конвективным притоком холодной воды к границе фазового перехода. При этом рассмотренные аналитические соотношения предсказывают линейный или близкий к нему характер роста паровой камеры на протяжении всего процесса парогравитационного дренирования, что может приводить к некорректным значениям дебита на начальном этапе добычи нефти. На этапе роста паровой камеры в вертикальном направлении наилучшее качественное соответствие с численным расчетом имеет формула, учитывающая нестационарный тепловой поток через границу паровой камеры. При приближении к кровле пласта наблюдается качественное и количественное согласование большинства рассмотренных аналитических формул с численным моделированием. После достижения паровой камерой кровли пласта аналитические оценки ее ширины качественно отличаются от результатов разработанной модели, предсказывающей существенно нелинейный характер развития паровой камеры.

Ключевые слова: высоковязкая нефть, парогравитационное дренирование, многофазный поток, мультифизическое моделирование, аналитические модели.

Investigation on effectiveness of analytical models to describe steam chamber growth during steam-assisted gravity drainage

Anastasiia A. Kostina*, Maxim S. Zhelnin, Oleg A. Plekhov, Ivan A. Panteleev

Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of RAS, Perm, Russia *E-mail: kostina@icmm.ru

The analysis of analytical approaches to steam chamber growth during crude oil recovery by steamassisted gravity drainage method has been represented. The numerical model which takes into account most of the assumptions applied to analytical approaches has been developed and used for the effectiveness assessment. The model includes the mass balance equations for water, steam and oil saturations, the energy conservation law with latent heat of vaporization/condensation of water as well as Darcy's law of filtration. Computer implementation of the model is based on numerical solution to the developed system of equations

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых (№ МК-4174.2018.1).

by finite-element method with respect to the saturation and pressure variables. The results of numerical simulation have shown a quasi-stationary regime of the steam chamber growth in horizontal and vertical directions caused by convective flux of cold water to the interface. However, the considered analytical solutions predict a linear (or close to it) rise of the steam chamber during the whole process of heating. This can lead to the incorrect values of oil production rates on the initial stage of recovery. At the stage of vertical growth a formula which takes into account non-stationary heat flux through the steam chamber boundary gives the best qualitative agreement with numerical solution. Meanwhile a qualitative and quantitative agreement between the most considered models and numerical results has been observed when the steam chamber approached to the top of oil horizon. The analytical evaluations of its width after reaching the top have a qualitative disagreement with the results of the proposed model which predicts substantially non-linearity of the steam chamber evolution.

Keywords: crude oil, steam-assisted gravity drainage, multiphase flow, multiphysics modelling, analytical models.

Введение

Согласно проведенным оценкам, общемировые запасы сверхвязкой нефти и битума составляют 9 трлн баррелей, что более чем в 2 раза превосходит запасы традиционной (средней и легкой) нефти. Большая часть этих ресурсов сосредоточена в Канаде (более 1.85 трлн баррелей), России (1.65) и Венесуэле (1.65 трлн баррелей) [Shafiei, Dusseault, 2013]. Для повышения эффективности добычи такой нефти применяются технологии теплового воздействия на продуктивный пласт, которое позволяет существенно понизить ее вязкость. Наиболее распространена площадная закачка пара, при которой в продуктивный пласт непрерывно подается пар через вертикальные или наклонно расположенные скважины. Этот метод используется для добычи нефти с вязкостью менее 5 Па·с, что обусловлено необходимостью формирования первоначальной гидродинамической связи между скважинами. Метод пароциклической обработки вертикальных скважин применяется для коллекторов, свойства которых затрудняют возникновение гидродинамической связи между скважинами. Данная технология подходит для добычи нефти с вязкостью более 5 Па.с, но характеризуется относительно невысокими коэффициентами извлечения нефти (КИН) (0.2-0.4). Использование пароциклической обработки горизонтальных скважин позволяет на 10-15 % повысить КИН. Самый высокий среди тепловых методов коэффициент извлечения нефти (0.65-0.8) достигается с применением технологии парогравитационного дренирования (ПГД). Суть ПГД заключается в закачивании

перегретого пара в продуктивный пласт через горизонтально расположенную скважину. Распространяясь в продуктивном пласте, пар образует так называемую паровую камеру с температурой выше температуры кипения воды. На границе камеры пар, вступая во взаимодействие с непрогретой частью пласта, конденсируется. При этом образовавшаяся в результате фазового перехода вода вместе с подвижной нефтью стекают под действием гравитационных сил в добывающую скважину, расположенную параллельно нагнетательной на расстоянии 4–5 м.

Для описания данной технологии широко применяются различные аналитические модели. В большинстве аналитических подходов начало ПГД сопоставляется с достижением паровой камерой кровли пласта и исследуется ее рост только в горизонтальном направлении. R.M. Butler [Butler et al., 1981] впервые предложил формулу для оценки дебита продуктивного пласта на основании совместного рассмотрения закона Дарси, баланса массы и энергии в предположении роста паровой камеры в ширину. Однако значения дебита, рассчитанные согласно этой формуле, превышали экспериментально наблюдаемые данные. Для ее уточнения был предложен подход, описанный в [Butler, Stephens, 1981], который основан на нахождении касательной линии к границе раздела фаз. В дальнейшем J.C. Reiss [Reiss, 1992] упростил форму паровой камеры до перевернутого треугольника с вершиной в продуктивной скважине и ввел дополнительный безразмерный эмпирический коэффициент, который позволил более точно рассчитать величину дебита. S. Akin [Akin, 2006] предложил модификацию этой модели, основанную на экспериментальных наблюдениях о форме паровой камеры и исключающую эмпирические постоянные. В работе [Liu et al., 2018] проведен анализ влияния анизотропии проницаемости на дебит продуктивного пласта, в результате которого было показано, что определяющим фактором распространения паровой камеры является горизонтальная проницаемость, в конечном итоге определяющая форму паровой камеры.

Несмотря на значительный прогресс в развитии аналитических подходов к описанию ПГД, их вывод основан на ряде допущений, необходимых для получения решения. Ниже приведены основные из них.

1. Форма паровой камеры предполагается заранее заданной.

2. Основной движущей силой ПГД является гравитация, влияние давления не учитывается.

3. Переносом тепла вследствие конвекции пренебрегается.

4. Фазовый переход не рассматривается.

5. Перенос тепла осуществляется перпендикулярно границе паровой камеры.

Для описания вертикального роста паровой камеры (рис. 1) на начальном этапе процесса ПГД Butler [Butler, 1991] предложил использовать следующую формулу:

$$y = 2 \left(\frac{Kg\alpha}{mv_o n\Delta S}\right)^{1/3} t^{2/3}, \qquad (1)$$



Рис. 1. Схематичное изображение паровой камеры. H – расстояние от подошвы до кровли пласта, y – высота камеры, x – половина ширины камеры.

где K – абсолютная проницаемость продуктивного пласта; g – ускорение свободного падения; α – коэффициент температуропроводности продуктивного пласта; m = 3 – безразмерный параметр, характеризующий вязкость нефти; v_o – кинематическая вязкость нефти при температуре, равной температуре пара; n – пористость; ΔS – разность между начальной и остаточной нефтенасыщенностью; t – время.

В работах [Хисамов и др., 2018; Keshavaraz et al., 2016] предложено развитие данного подхода. Для учета того факта, что фильтрация сверхвязкой нефти начинается только после достижения предельного градиента давления, было получено следующее соотношение [Хисамов и др., 2018]:

$$y = \left(\frac{3}{4}tg(\theta)\right)^{2/3} \left(\frac{2B_1}{n\Delta S} - \frac{2C_1}{n\Delta S\sin(\theta)}\right)^{1/3} t^{2/3}, (2)$$

где $B_1 = Kag / (av_om); C_1 = Ka\gamma / (av_o\rho_om); \theta - угол наклона границы паровой камеры; <math>\alpha = 0.4 - эм-$ пирический параметр; γ – предельный градиент давления на границе паровой камеры; ρ_o – плотность нефти.

В предположении нестационарного теплового потока через границу паровой камеры в работе [Keshavaraz et al., 2016] было получено следующее соотношение для определения высоты паровой камеры:

$$v = \left(\frac{8a'k_{eff}g\sin^2(\theta)}{3mv_on\Delta S\cos(\theta)}\right)^{1/2} \left(\frac{\overline{\alpha}}{\pi}\right)^{1/4} t^{3/4}, \qquad (3)$$

где $\bar{\alpha}$ — среднее значение коэффициента температуропроводности; a' — дополнительный параметр, зависящий от m (принимает значение 1.26 при m = 3); k_{eff} — эффективная проницаемость.

Авторы статьи [Zargar, Farouq, 2018] получили следующее соотношение для расчета высоты паровой камеры с учетом противопотока, возникающего в результате стремления пара наверх к кровле пласта, а флюида, заполняющего поровое пространство, вниз, к подошве:

$$y = \frac{Kk_{ro}g}{2(n\Delta Sv_o)}t,$$
(4)

где k_{ro} – относительная фазовая проницаемость нефти.

Для этапа распространения паровой камеры вдоль кровли пласта Butler [Butler, 1991] получил следующее выражение:

$$x = \sqrt{\frac{Kg\alpha}{2n\Delta Smv_o \left(H - y\right)}}t,$$
 (5)

где x – половина ширины камеры, H – расстояние от добывающей скважины до кровли пласта.

В работе [Shaolei et al., 2014] приведена формула для расчета половины ширины паровой камеры в зависимости от ее формы и теплопотерь в вышележащий пласт-покрышку:

$$x = \int_{0}^{t} \frac{A}{C} Exp\left(\left(\frac{B}{C}\Gamma(0.5)\right)^{2}\tau\right) Erfc\left(\frac{B}{C}\Gamma(0.5)\sqrt{\tau}\right) d\tau,$$
(6)

где $A = Lq'_s$; L – скрытая теплота парообразования; q'_s – массовая скорость закачки пара в нагнетательную скважину;

 $B = \frac{7}{3} (T_b - T_0) \sqrt{\frac{\lambda_{cap} \rho_{cap} c_{cap}}{\pi}}; T_b -$ температура закачиваемого пара; T_{0} – начальное значение температуры; λ_{cap} – коэффициент теплопроводности пласта-покрышки; ρ_{cap} – плотность пласта-покрышки; c_{cap} – теплоемкость пласта-покрышки; $C = m' \left| \frac{\rho_r}{n \rho_o \Delta S} (1-n) c_r + \right|$ $+\frac{1}{\Delta S}S_{o}^{0}c_{o}+\frac{\rho_{w}}{\rho\Delta S}S_{rw}c_{w}\left[\left(T_{b}-T_{0}\right)\rho_{o}nH\Delta S\right];$

m' – параметр, принимающий различные значения в зависимости от формы паровой камеры (т' = 4/3 для паровой камеры, имеющей форму вогнутой параболы); ρ_w, ρ_r – плотность воды и сухого скелета продуктивного пласта; c_{p} , c_{w} , c_{o} – теплоемкость продуктивного пласта, воды и нефти; S_{rw} – остаточное значение водонасыщенности; S_{o}^{0} – начальное значение нефтенасыщенности. Типичные значения теплофизических параметров для пласта-покрышки: $\lambda_{cap} = 1.51 \, [BT/(M \cdot K)],$ $\rho_{cap} = 2600 \, [\kappa \Gamma/M^3], c_{cap} = 880 \, [Дж/(\kappa \Gamma \cdot K)].$ В настоящей работе анализируется при-

менимость аналитических подходов к описа-

нию роста паровой камеры путем сравнения расчетов, выполненных по аналитическим формулам, с результатами численного моделирования, проведенного согласно разработанной модели, учитывающей особенности процесса ПГД, заложенные в перечисленных выше допущениях. Модель включает в себя уравнения баланса массы для воды, пара и нефти, закона сохранения энергии с учетом фазового перехода, возникающего при испарении пара и конденсации воды, а также закона Дарси для описания фильтрационного течения каждой из компонент. Для компьютерной реализации модели система уравнений была преобразована таким образом, чтобы в качестве неизвестных величин выступали значения насыщенности и давления. Решение полученной системы выполнялось численно с использованием метода конечных элементов. Результаты численного моделирования вертикального роста паровой камеры сравнивались с оценками, полученными по аналитическим формулам, приведенным в работах [Butler, 1991; Хисамов и др., 2018; Keshavaraz et al., 2016; Zargar, Farouq, 2018], а горизонтального – в работах [Butler, 1991; Shaolei et al., 2014]. При этом было также проведено сравнение результатов численного расчета эволюции температуры в точке, расположенной над центром нагнетательной скважины, с аналитической зависимостью, предложенной в [Butler, 1991].

Математическая постановка залачи

Для оценки корректности использования результатов, полученных при помощи рассмотренных выше аналитических подходов, воспользуемся моделью течения трехфазного потока в пористой среде [Костина и др., 2018]. Согласно данной модели, пористая среда рассматривается в виде четырехкомпонентной системы, включающей в себя сухой скелет, флюид, заполняющий поровое пространство, нефть и пар. Для описания связанных тепловых и гидродинамических процессов используются законы сохранения массы для воды и пара, а также энергии. Для учета фазового перехода, обусловленного процессами конденсации и испарения, вводится источник, аналогичный источнику, предложенному в работе [Lee et al., 2015]. Фильтрационное течение воды, пара и нефти в поле силы тяжести описывается законом Дарси. Породы-коллекторы, как правило, имеют высокую пористость, поэтому в данной работе влияние капиллярного давления на процесс движения нефти не рассматривается [Yin, Liu, 2015]. Изохорная и изобарная теплоемкости пара считаются равными [Справочник..., 1966]. Особенностью данной модели является строгий математический учет зависимости теплофизических свойств системы от пространственных координат и времени. Итоговая система уравнений имеет вид:

$$\frac{\partial(n\rho_{w}S_{w})}{\partial t} + \overline{\nabla} \cdot \left(\rho_{w}\overline{v}_{w}\right) = q_{w}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial(n\rho_s S_s)}{\partial t} + \overline{\nabla} \cdot \left(\rho_s \overline{\nu}_s\right) = q_s, \tag{8}$$

$$\frac{\partial(n\rho_o S_o)}{\partial t} + \overline{\nabla} \cdot \left(\rho_o \overline{v}_o\right) = 0, \tag{9}$$

$$S_w + S_o + S_s = 1,$$
 (10)

$$\overline{v}_{w} = -\frac{Kk_{rw}}{\mu_{w}} \left(\overline{\nabla}p - \rho_{w}\overline{g}\right), \tag{11}$$

$$\overline{v}_{s} = -\frac{Kk_{rs}}{\mu_{s}} \Big(\overline{\nabla}p - \rho_{s}\overline{g}\Big), \tag{12}$$

$$\overline{v}_{o} = -\frac{Kk_{ro}}{\mu_{o}} \left(\overline{\nabla} p - \rho_{o} \overline{g} \right), \tag{13}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ T \left[(1-n)\rho_r c_r + n \sum_{i=w,o,s} \rho_i S_i c_i \right] \right\} + \overline{\nabla} \cdot \left(-\lambda_{eff} \overline{\nabla} T \right) + \sum_{i=w,o,s} \overline{\nabla} (\rho_i S_i c_i n T) = Q, \quad (14)$$

$$+ \vee \cdot (-\lambda_{eff} \vee I) + \sum_{i=w,o,s} \vee_i \cdot \vee (\rho_i S_i C_i nI) = Q, \quad (14)$$

$$q_{s} = -q_{w} = \begin{cases} rnS_{s}\rho_{s}\frac{I-I_{sat}}{T_{sat}}, T \leq T_{sat} \\ rnS_{w}\rho_{w}\frac{T-T_{sat}}{T_{sat}}, T > T_{sat}, \end{cases}$$
(15)

$$Q = Lq_w, \tag{16}$$

где ρ_s – плотность пара; S_w , S_s , S_o – переменные, характеризующие насыщенность порового пространства водой, паром и нефтью (т.е. отношение объема соответствующей компоненты к объему пор); \overline{v}_w , \overline{v}_s , \overline{v}_o – ско-

рость фильтрации воды, пара и нефти; q_w , q_s – внешние источники, обусловленные фазовым переходом «пар–вода» и обратным фазовым переходом; ρ – поровое давление; k_{rw} , k_{rs} – относительные фазовые проницаемости воды и пара; μ_w , μ_s , μ_o – динамические вязкости воды, пара, нефти; T – температура; c_s – теплоемкость пара; $\lambda_{eff} = \sum_{i=w,o,s} nS_i\lambda_i + (1-n)\lambda_r$; λ_r , λ_w , λ_s , λ_o – теплопроводность сухого скелета, воды, пара и нефти; T_{sat} – температура фазового перехода; r – параметр, характеризующий интенсивность массопереноса.

Соотношения (7)–(9) представляют законы сохранения массы для воды, пара и нефти; (10) – замыкающее соотношение, задающее условие полного насыщения; (11)–(13) – законы Дарси, описывающие фильтрацию каждой из компонент; (14) – закон сохранения энергии с учетом конвективного теплообмена и источника (15), обусловленного фазовым переходом.

Для расчета относительных фазовых проницаемостей были заданы следующие соотношения [Lake, 1989]:

$$k_{rw} = \begin{cases} a_1 \left(\frac{S_w - S_{rw}}{1 - S_{rw} - S_{ro}} \right)^{m_1}, S_{rw} < S_w \le 1, \quad (17) \\ 0, S_w \le S_{rw} \end{cases}$$

$$k_{rs} = \begin{cases} a_2 \left(\frac{S_s - S_{rs}}{1 - S_{rs} - S_{rw} - S_{ro}} \right) &, S_{rs} < S_s \le 1, (18) \\ 0, S_s \le S_{rs} \end{cases}$$

$$k_{rs} = \int a_3 \left(\frac{S_o - S_{ro}}{1 - S_{ro} - S_{ro}} \right)^{m_3} , S_{ro} < S_o \le 1, (19)$$

$$k_{ro} = \begin{cases} a_3 \left(\frac{S_o - S_{ro}}{1 - S_{ro} - S_{rw}} \right) &, S_{ro} < S_o \le 1, \quad (19) \\ 0, S_o \le S_{ro} \end{cases}$$

где $a_1, a_2, a_3, m_1, m_2, m_3$ – эмпирические параметры; S_{rs}, S_{ro} – остаточные значения водо- и нефтенасыщенности.

Начальные условия для системы уравнений (7)–(16) задают исходные значения порового давления и температуры продуктивного пласта, а также насыщенности каждой компоненты:

$$p(t=0) = p_0,$$
 (20)

$$T(t=0) = T_0,$$
 (21)

Геосистемы переходных зон, 2019, т. 3, № 1, с. 054–064

Исследование эффективности применения аналитических подходов для описания эволюции паровой камеры

$$S_{w}(t=0) = S_{w}^{0},$$
 (22)
$$S_{s}(t=0) = 0,$$
 (23)

где
$$p_0$$
 – начальное значение порового давления.
 S_w^0 – начальное значение водонасыщенности.

На внешних границах расчетной области задается отсутствие потоков и теплообмена с окружающей средой, на границе нагнетательной скважины задаются граничные условия первого рода; на границе добывающей скважины – забойное давление, выходные условия по пару и воде, а также отсутствие теплообмена с окружающей средой:

$$S_{w}|_{\Gamma_{1}} = S_{rw}, \qquad (24)$$

$$S_{s}|_{\Gamma_{1}} = 1 - S_{rw} - S_{ro}, \qquad (25)$$

$$p \mid \Gamma_1 = p_b, \tag{26}$$

$$T|_{\Gamma_1} = T_b, \tag{27}$$

$$p \mid \Gamma_2 = p_w, \tag{28}$$

$$-\overline{n}\cdot\overline{q}\Big|_{\Gamma_2\cup\Gamma_3}=0,\qquad(29)$$

$$-\overline{n}\cdot\left(\rho_{s}\overline{v}_{s}\right)\big|_{\Gamma_{2}}=-\overline{n}\cdot\left(\rho_{s}\overline{v}_{s}\right),\tag{30}$$

$$-\overline{n} \cdot \left(\rho_{w} \overline{v}_{w}\right)|_{\Gamma_{2}} = -\overline{n} \cdot \left(\rho_{w} \overline{v}_{w}\right), \qquad (31)$$

$$-\overline{n} \cdot \left(\rho_s \overline{v}_s\right)\Big|_{\Gamma_3} = 0 \tag{32}$$

$$-\overline{n} \cdot \left(\rho_{w} \overline{v}_{w}\right)\Big|_{\Gamma_{3}} = 0 \tag{33}$$

$$-\overline{n} \cdot \left(\rho_o \overline{v}_o\right) \Big|_{\Gamma_3} = 0 \tag{34}$$

где Γ_1 — граница нагнетающей скважины, ны, Γ_2 — граница добывающей скважины, Γ_3 — внешние границы расчетной области, p_b — давление закачиваемого пара, p_w — давление в добывающей скважине, \overline{n} — вектор внешней нормали, \overline{q} — вектор теплового потока.

Численная реализация модели

Система уравнений (7)–(16) решалась численно методом конечных элементов в пакете Comsol Multiphysics[®]. С этой целью был разработан следующий алгоритм. На первом этапе уравнения (7)–(13) переписывались в альтернативной форме таким образом, чтобы в качестве неизвестных величин выступали переменные S_w , S_s и p:

$$\overline{v} = -K\lambda\overline{\nabla}p + K\overline{g}\sum_{i=\{w,o,s\}}\lambda_i\rho_i,\qquad(35)$$

$$\overline{\nabla} \cdot \overline{\nu} = -\frac{\partial n}{\partial t} + \sum_{i=\{w,o,s\}} \frac{1}{\rho_i} \left(q_i - \overline{\nu}_i \cdot \overline{\nabla} \rho_i - nS_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t} \right), (36)$$

 $\begin{array}{ccc} (22) \\ (23) \end{array} & n \frac{\partial S_j}{\partial t} + \overline{\nabla} \cdot \overline{\nu}_j = -S_j \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{\rho_j} \left[q_j - nS_j \frac{\partial \rho_j}{\partial t} - \overline{\nu} \cdot \overline{\nabla} \rho_j \right], \\ \end{array}$ (37)

где $\overline{v} = \sum_{i=\{w,o,s\}} \overline{v}_i; \lambda = \sum_{i=\{w,o,s\}} \lambda_i, \lambda_i = k_{ri} / \mu_i$ и $j = \{w, s\}$ в уравнении (37).

На втором этапе уравнения (35)–(37) записывались в слабой форме. Для этого каждое из уравнений умножалось на тестовую функцию, после чего выполнялось понижение порядка дифференцирования путем использования формулы интегрирования по частям. На следующем этапе к уравнениям добавлялось слагаемое, содержащее искусственную диффузию, для стабилизации осцилляций, вызванных конвективными слагаемыми. Более подробное описание этой процедуры приведено в работе [Костина и др., 2018]. Итоговый вид уравнений (35)–(37) приведен ниже.

$$-\iiint_{V} \overline{v} \cdot \overline{\nabla} p dV = \iiint_{V} \left\{ -\frac{\partial n}{\partial t} + \sum_{i=\{w,o,s\}} \frac{1}{\rho_{i}} \times \left(q_{i} - \overline{v_{i}} \cdot \overline{\nabla} \rho_{i} - nS_{i} \frac{\partial \rho_{i}}{\partial t} \right) \right\} p dV - \iiint_{V} c_{a} \overline{\nabla} p \cdot \overline{\nabla} p dV, (38)$$

$$\iiint_{V} \left(n \frac{\partial S_{j}}{\partial t} + S_{j} \frac{\partial n}{\partial t} \right) S_{j} dV - \iiint_{V} \frac{1}{\rho_{j}} \times \left(q_{j} - nS_{j} \frac{\partial \rho_{j}}{\partial t} - \overline{v_{j}} \cdot \overline{\nabla} \rho_{j} \right) S_{j} - \iiint_{V} \overline{v_{j}} \cdot \overline{\nabla} S_{j} + \left\{ \iiint_{V} S_{a_{j}} \overline{\nabla} S_{j} \cdot \overline{\nabla} S_{j} dV = 0, \quad (39)$$

$$\left[(1 - n) \rho_{r} c_{r} + n \sum_{i=\{w,o,s\}} \rho_{i} S_{i} c_{i} \right] \frac{\partial T}{\partial t} + \left\{ \sum_{i=\{w,o,s\}} \rho_{i} S_{i} c_{i} n \overline{v_{i}} \right\} \cdot \overline{\nabla} T + \overline{\nabla} \cdot \left(-\lambda_{eff} \overline{\nabla} T \right) + \left\{ T \left\{ \left[-\rho_{r} c_{r} + \sum_{i=\{w,o,s\}} \rho_{i} S_{i} c_{i} \right] \frac{\partial n}{\partial t} + n \sum_{i=\{w,o,s\}} \left(c_{i} \left(S_{i} \frac{\partial \rho_{i}}{\partial t} + \rho_{i} \frac{\partial S_{i}}{\partial t} \right) \right) \right\} + T \left\{ \sum_{i=\{w,o,s\}} \overline{v_{i}} \times \left(S_{i} c_{i} n \overline{\nabla} \rho_{i} + c_{i} n \rho_{i} \overline{\nabla} S_{i} + S_{i} c_{i} \rho_{i} \overline{\nabla} n \right) \right\} = Q \cdot \quad (40)$$

Здесь $j = \{w, s\}; p, S_w, S_i$ – тестовые функции;

Геосистемы переходных зон, 2019, т. 3, № 1, с. 054–064

*с*_{*a*}, *S*_{*a*,,}, *S*_{*a*,,} – параметры искусственной диффузии.

На заключительном этапе система уравнений (14), (38)–(40) с начальными (20)–(23) и граничными (24)–(34) условиями решалась в пакете Comsol Multiphysics®. Для решения уравнений (38)–(39) был использован модуль Weak Form PDE Interface, а для решения уравнения (40) применялся модуль Heat Transfer, куда передавались значения переменных S_w , S_s , S_o . Эффективность моделирования ПГД с использованием пакета Comsol Multiphysics® в более простой постановке показана в работе [Bogdanov et al., 2007].

Несмотря на то что реализованный алгоритм позволяет задавать коэффициенты уравнений в виде функций, при проведении расчетов предполагались постоянными все параметры, за исключением вязкости нефти, поскольку ее уменьшение является одним из ключевых механизмов ПГД.

Результаты расчетов и обсуждение

Для сравнения аналитических формул с результатами численного расчета было проведено моделирование процесса парогравитационного дренирования в прямоугольной области, имитирующей часть продуктивного пласта с размерами 40 × 15 × 5 м. В расчетной области находятся две параллельные горизонтальные скважины диаметром 0.178 м, расположенные на расстоянии 5 м. Верхняя скважина является нагнетательной, нижняя – добывающей. Расчетная область разбивалась на тетраэдральные конечные элементы с минимальным размером элемента 0.009 м (вблизи околоскважинного пространства) и максимальным размером 1 м (на периферии области).

Значения теплофизических и гидродинамических параметров продуктивного пласта, а также воды, нефти и пара представлены в табл. 1. Рассматривается нагнетание пара с пренебрежимо малым содержанием влаги [Liu et al., 2018; Shi, Okuno, 2018; Chang et al., 2012], поскольку вода, содержащаяся в паре, при парогравитационном дренировании приводит к снижению эффективности прогрева пласта и повышению обводненности [Shafiei, Dusseault, 2013]. Для учета эффекта, связанного с уменьшением вязкости нефти под действием высокой температуры, была использована зависимость, приведенная на рис. 2 [Коноплев, 2004]. Начальные и граничные условия представлены в табл. 2.

Таблица 1	. Значения	теплоф	изических	ï
и гидро	динамичес	ких пар	заметров	

•	-
Параметр	Значение
Абсолютная проницаемость	
продуктивного пласта, м ²	$2.68 \cdot 10^{-12}$
Вязкость, Па·с	
воды	$1004 \cdot 10^{-6}$
пара	$16 \cdot 10^{-6}$
Остаточная нефтенасыщенность	0.68
Остаточная водонасыщенность	0.01
Остаточная паронасыщенность	0.001
Плотность, кг/м ³	
нефти	933
ВОДЫ	1012
пара	0.3
сухого скелета	2100
Теплопроводность, Вт/(м·К)	
нефти	0.14
воды	0.58
пара	$2.3 \cdot 10^{-2}$
сухого скелета	2.325
Теплоемкость, Дж/(кг·К)	
нефти	2090
воды	4200
пара	2000
сухого скелета	1050
Пористость	0.27
Температура фазового перехода, К	373.15
Эмпирический параметр	
a_1	$75 \cdot 10^{-2}$
a^2	40.10^{-3}
a^3	$12 \cdot 10^{-3}$
m^1	3.45
m^2	3
m^3	2.1
Скрытая теплота фазового перехода,	
Дж/кг	$1.75 \cdot 10^{6}$

Таблица 2. Начальные и граничные условия для моделирования формирования и роста паровой камеры

Параметр	Значение
Начальное значение нефтенасыщенности	0.88
Начальное значение водонасыщенности	0.12
Начальная температура продуктивного пласта, К	281.15
Начальное значение порового давления, Па	$2.068 \cdot 10^{5}$
Температура закачиваемого пара, К	496
Давление закачиваемого пара, Па	$3.575 \cdot 10^{5}$
Давление в добывающей скважине, Па	$1.67 \cdot 10^{5}$



Рис. 2. Зависимость вязкости нефти от температуры [Коноплев, 2004].

На рис. 3 приведены результаты численного моделирования роста паровой камеры на начальном этапе ПГД. Полученные данные показывают, что рост паровой камеры в горизонтальном направлении существенен на протяжении всего процесса ее формирования. Время достижения кровли пласта составляет 80 дней. При этом на начальном этапе роста вид паровой камеры далек от предположения, закладываемого при выводе большинства аналитических моделей. В работах [Liu et al., 2018; Shaolei et al., 2014] также отмечается, что проницаемость продуктивного пласта влияет на форму паровой камеры и она может отличаться от перевернутого треугольника.

Согласно подходу, предложенному R.M. Butler [Butler, 1991], для расчета температуры используется следующее аналитическое соотношение:

$$T = (T_{sat} - T_r) Exp \{-U\xi / \alpha\} + T_r, \qquad (41)$$

где $U = \frac{Kk_{r_o}g}{(2n\Delta Sv_o)}$ – постоянная ско-

рость движения фронта фазового перехода; $\xi = y - Ut$ – координата, связанная с положением фронта фазового перехода; *у* – вертикальная координата. Эта формула получается из уравнения баланса энергии и закона Дарси в предположении передачи тепла только посредством теплопроводности и постоянстве скорости движения фронта фазового перехода.

На рис. 4 представлены результаты расчета температуры в точке, расположенной над центрами нагнетательной и добывающей скважин, согласно модели (7)–(16) и формуле (41). Аналитическая зависимость имеет схожий с результатами численного моделирования характер эволюции. Условно на графиках можно выделить три этапа: слабый рост (на начальном этапе), активный рост (до достижения температуры фазового перехода) и выход на постоянное значение (после достижения температуры фазового перехода). Наиболее существенным качественным различием является отсутствие на аналитической зависимости участка, характеризующего фазовый переход. Формула (41) содержит экспоненциальную функцию, вследствие чего в окрестности точки фазового перехода происходит резкий рост температуры, после которого температура достигает своего максимального значения, не меняющегося со временем. Таким образом, преимущество численного моделирования состоит в возможности описывать постепенный рост температуры на протяжении всего процесса нагрева пласта, а не только ее быстрое возрастание вблизи точки фазового перехода.

На рис. 5а приведены результаты расчета высоты паровой камеры по формулам (1)–(4) совместно с результатами численного моделирования. Отсчетный момент времени для результатов численного моделирования совпадает с образованием гидродинамической связи между скважинами, а для аналити-



Рис. 3. Распределение поля температуры вблизи околоскважинного пространства: (а) 10-й день, (б) 30-й день, (в) 80-й день.



Рис. 4. Зависимость температуры от времени: 1 – результаты численного моделирования; 2 – расчет по формуле (41).

ческих зависимостей - с достижением высоты, равной расстоянию между скважинами. Характерной особенностью результатов численного моделирования является наличие трех участков – двух возрастающих (первые 20 сут и с 60-го по 80-й день) и квазистационарного (с 20-го по 60-й день). Начальный быстро возрастающий участок обусловлен влиянием высокого давления нагнетаемого пара. По мере роста паровой камеры это влияние становится менее значительным. Начиная с 20 сут скорость роста существенно замедляется, что связано с конвективным притоком к фронту фазового перехода воды, охлаждающей продуктивный пласт. По мере приближения к кровле пласта воды становится меньше и, как следствие, скорость роста увеличивается. Все аналитические зависимости предсказывают близкий к линейному характер роста паровой камеры в вертикальном

направлении, за исключением формулы (3) (рис. 5а, кривая 3), которая дает качественно схожий с численным результат (рис. 5а, кривая 5). Формулы (1) и (2) (рис. 5а, кривые 1 и 2) различаются незначительно и на начальном этапе (до 45-го дня) лучше всего согласуются с результатами численного моделирования. Аналитическая зависимость (4) (рис. 5а, кривая 4) предсказывает линейный рост паровой камеры и на заключительном этапе (после 70-го дня) ближе всего к численным результатам. Еще одной отличительной особенностью представленных данных является то, что после 60 сут все кривые, за исключением кривой 3, дают близкие результаты.

На рис. 56 приведены результаты расчета половины ширины паровой камеры во время ее роста в горизонтальном направлении после достижения кровли пласта. Численная кривая 3 также имеет продолжительный (с 80-го по 300-й день) стационарный участок, вызванный охлаждением пласта вследствие притока воды к границе фазового перехода. Высокая скорость роста на начальном этапе обусловлена изменением формы паровой камеры (т.е. переходом от каплевидной формы, изображенной на рис. Зв, к параболическому виду). К 300-му дню влияние притока воды становится менее значительным, поскольку к этому времени скелет пласта успевает прогреться вследствие теплопроводности, что отражается в виде возрастающего участка на графике 3. Результаты, полученные по формуле (5) (рис. 56, кривая 1), лучше согласуются с результатами численного моделирования



Рис. 5. Зависимость высоты (а) и ширины (б) паровой камеры от времени: (а) 1–4 – расчеты по формуле (1), (2), (3) и (4) соответственно, 5 – результаты численного моделирования; (б) 1–2 – расчеты по формуле (5) и (6) соответственно, 3 – результаты численного моделирования.

на начальном этапе развития паровой камеры (первые 100 сут), а результаты формулы (6) (рис. 5б, кривая 2) описывают заключительный этап роста (с 300-го по 500-й день). При этом аналитически полученные кривые 1 и 2 имеют качественно отличный от кривой 3 характер, поскольку учитывают теплопередачу только за счет теплопроводности.

Заключение

В работе проведен анализ эффективности аналитических соотношений для описания роста паровой камеры. Точность в определении формы и размеров паровой камеры напрямую влияет на расчет дебита нефти. Анализ проводился путем сравнения результатов аналитических формул с численными результатами, полученными на основе разработанной модели, в которой отсутствуют физические допущения, закладываемые при выводе аналитических соотношений. Модель основана на рассмотрении течения в пористой среде трехфазной жидкости, состоящей из воды, пара и нефти. Течение каждой из составляющих общего потока описывается законом Дарси. Путем добавления дополнительных объемных источников в уравнения баланса массы и энергии проведен учет фазового перехода, возникающего при конденсации пара и испарении воды. Компьютерная реализация основана на преобразовании системы уравнений в слабую форму и введении дополнительных стабилизационных слагаемых. Предложенный вычислительный алгоритм позволил провести трехмерное моделирование эволюции паровой камеры в продуктивном пласте, содержащем две горизонтальные скважины.

Сравнение типичной для аналитических подходов зависимости температуры от времени с результатами численного моделирования показало, что аналитическая зависимость и численный расчет предсказывают качественно различный характер возрастания температуры, но имеют малое количественное расхождение во времени на этапе повышения температуры до температуры фазового перехода. Результаты численного моделирования показали уменьшение

скорости роста паровой камеры в горизонтальном и вертикальном направлениях, вызванное конвективным притоком холодной воды к границе фазового перехода. При этом большинство рассмотренных аналитических зависимостей предсказывают линейный или близкий к нему характер роста паровой камеры на протяжении всего процесса парогравитационного дренирования, что может приводить к некорректным значениям дебита на начальном этапе добычи нефти. Наилучшее качественное соответствие с результатами численного моделирования на этапе роста паровой камеры в вертикальном направлении дает формула, учитывающая нестационарный тепловой поток через границу паровой камеры. На начальном этапе развития паровой камеры (до 45 дня) наименьшее отклонение от результатов моделирования имеют классическая модель, предложенная R.M. Butler, а также модель, учитывающая предельный градиент давления. При приближении к кровле пласта наиболее близким к численному является расчет, проведенный по модели, учитывающей противопоток пара и флюида, заполняющего поровое пространство.

Оценки ширины камеры на этапе ее роста в горизонтальном направлении, проведенные согласно классической модели Butler, качественно и количественно близки к результатам моделирования на протяжении первых 100 сут. Заключительный этап роста с 300-го по 500-й день лучше предсказывает модель, учитывающая форму паровой камеры и теплопотери в окружающую среду. Квазистационарный участок, вызванный охлаждением пласта вследствие притока воды к границе фазового перехода, не описывается ни одной из рассмотренных аналитических моделей.

Список литературы

1. Коноплев Ю.П. *Научно-методические основы проектирования и анализа термошахтной разработки нефтяных месторождений:* дис. ... д-ра техн. наук / Всерос. нефтегазовый НИИ им. акад. А.П. Крылова. М., 2004. 253 с.

2. Костина А.А., Желнин М.С., Плехов О.А. Исследование особенностей движения нефти в пористой среде в процессе парогравитационного дренажа // Вестник Пермского научного центра. 2018. № 3. С. 6–16. doi:10.7242/1998-2097/2018.3.1 3. Справочник химика. Т. І. Общие сведения, строение вещества, свойства важнейших веществ, лабораторная техника / под ред. Б.П. Никольского. М.: Химия, 1966. 1072 с.

4. Хисамов Р.С., Морозов П.Е., Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Абдуллин А.И. Моделирование процесса парогравитационного дренирования с учетом предельного градиента давления // *Нефтяное хозяйство.* 2018. № 8. С. 48–51. doi:10.24887/0028-2448-2018-8-48-51

5. Akin S. Mathematical modeling of steam-assisted gravity drainage // *Computers & Geosciences*. 2006. Vol. 32. P. 240–246. doi:10.1016/j.cageo.2005.06.007

6. Bogdanov I.I., Ganaoui K.El, Kamp A.M. COMSOL 2D simulation of heavy oil recovery by steam assisted gravity drainage // *Proceedings of the European COMSOL Conference 2007, 23–24 October, 2007, Grenoble, France*. Grenoble: COMSOL France, 2007.

7. Butler R.M. *Thermal recovery of oil and bitumen*. New Jersey; Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc., 1991. 528 p.

8. Butler R.M., Stephens D.J. The gravity drainage of steam-heated heavy oil to parallel horizontal wells // *J. of Canadian Petroleum Technology*. 1981. Vol. 20(2). P. 90–96.

9. Butler R.M., McNab G.S., Lo H.Y. Theoretical studies on the gravity drainage of heavy oil during in-situ steam heating // *Canadian J. of Chemical Engineering*. 1981. Vol. 59, N 4. P. 455–460.

10. Chang J., Ivory J., Tunney C. Numerical simulation of steam-assisted gravity drainage with vertical slimholes // Society of Petroleum Engineers SPE Canadian Unconventional Resources Conf., 15–17 November 2011, Calgary, Alberta, Canada. Richardson: Soc. Petroleum Engineers, 2012. Article N SPE-148803-PA. https://doi.org/10.2118/148803-PA

11. Keshavaraz M., Harding T.G., Chen Z.J. Modification of Butler's unsteady-state SAGD theory to include vertical growth of steam chamber // Society of Petroleum Engineers SPE Canada Heavy Oil Technical Conf., 7–9 June 2016, Calgary, Alberta, Canada.

Richardson: Soc. Petroleum Engineers, 2016. Article N SPE-180733-MS. https://doi.org/10.2118/180733

12. Lake L.W. *Enhanced Oil Recovery*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc., 1989. 550 p.

13. Lee H., Kharangate C., Mascarenhas N., Park I., Mudawar I. Experimental and computational investigation of vertical downflow condensation // *International J. of Heat and Mass Transfer*. 2015. Vol. 85. P. 865–879. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.02.037

14. Liu H., Cheng L., Huang S., Jia P., Chen M. Evolution characteristics of SAGD steam chamber and its impacts on heavy oil production and heat consumption // International J. of Heat and Mass Transfer. 2018. Vol. 121. P. 579–596. doi:10.1016/j. ijheatmasstransfer.2018.01.038

15. Reiss J.C. A steam – assisted gravity drainage model for tar sands: linear geometry // *J. of Canadian Petroleum Technology*. 1992. Vol. 10, N 1. P. 14–20. https://doi.org/10.2118/92-10-01

16. Shafiei A., Dusseault M.B. Geomechanics of thermal viscous oil production in sandstones // *J. of Petroleum Science and Engineering*. 2013. Vol. 103. P. 121–139. doi:10.1016/j.petrol.2013.02.001

17. Shaolei W., Linsong C., Wenjun H., Shijun H., Shuai L. Prediction for steam chamber development and production performance in SAGD process // *J. of Natural Gas Science and Engineering.* 2014. Vol. 19. P. 303–310. https://doi.org/10.1016/j.jngse.2014.05.021

18. Shi X., Okuno R. Analytical solution for steamassisted gravity drainage with consideration of temperature variation along the edge of a steam chamber // *Fuel*. 2018. Vol. 217. P. 262–274. https://doi.org/10.1016/j. fuel.2017.12.110

19. Yin Y., Liu Y. FEM analysis of fluid-structure interaction in thermal heavy oil recovery operations // *Sustainability*. 2015. Vol. 7. P. 4035–4048. doi:10.3390/su7044035

20. Zargar S.M., Farouq A. Analytical modelling of steam chamber rise stage of Steam-Assisted Gravity Drainage (SAGD) process // *Fuel.* 2018. Vol. 233. P. 732–742. doi:10.1016/j.fuel.2018.06.106

Сведения об авторах

КОСТИНА Анастасия Андреевна, кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник, ПАНТЕЛЕЕВ Иван Алексеевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник – лаборатория термомеханики твердых тел, ПЛЕХОВ Олег Анатольевич, доктор физико-математических наук, заместитель директора по науке, ЖЕЛНИН Максим Сергеевич, аспирант, младший научный сотрудник – лаборатория функциональных материалов, Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук, Пермь.