

УДК 550.34

## Моделирование напряженно-деформированного состояния разломной зоны при закачке/откачке жидкости

© А.Е. Заболотин\*, Д.Е. Томилев

*Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск, Россия*

*\*E-mail: a.zabolotin@imgg.ru*

Выполнено моделирование напряженно-деформированного состояния, которое возникает в результате закачки/откачки флюида в геосреде. Модулируемая геосреда представляет из себя два блока размерности 3D, соединенных узкой зоной разлома. Моделирование основано на теории флюидонасыщенной пороупругой среды. При моделировании физических параметров разлома используются (с учетом приемлемых допущений) современные нелинейные модели для пороупругих сред, что приводит к более высокой, по сравнению с окружающим разлом пространством, проницаемости рассматриваемой области. Численные расчеты проводились с помощью библиотеки программного обеспечения с открытым кодом Freefem++.

**Ключевые слова:** моделирование, месторождения нефти и газа, программная реализация, напряженно-деформированное состояние, геосреда, геомеханика.

## Modeling of the stressed-strained state of a fault zone in injection/pumping of a fluid

A.E. Zabolotin\*, D.E. Tomilev

*Institute of Marine Geology and Geophysics, FEB RAS, Yuzhno-Sakhalinsk, Russia*

*\*E-mail: a.zabolotin@imgg.ru*

In this paper we simulated the process of stressed-strained state, which occurs as a result of injection/pumping fluid into the geomedium. The modulated geomedium consists of two 3D dimensions blocks connected by a narrow fault zone. The simulation is based on the theory of a fluid-saturated poroelastic medium. Physical parameters of the fault zone are described (taking into account acceptable assumptions) by modern nonlinear models for poroelastic media, which leads to a higher permeability of the considered region. The numerical calculations were performed using software libraries with the Freefem++ open code.

**Keywords:** simulation, oil and gas fields, software implementation, stressed-strained, geomedium, geomechanics.

### Введение

Процесс нагнетания и извлечения флюидов при разработке нефтегазовых месторождений приводит к изменению порового давления и массы жидкости в пластах закачивания и, соответственно, к перераспределению полей напряжения в геосреде. Так, значительное изменение естественного пластового давления способно вызывать объемные деформации в окрестности резервуара и, как результат, приводить к оседанию земной поверхности. Основы методов расчета мест-

ных полей напряжений, возникающих при нагнетании и извлечении флюидов в процессе эксплуатации месторождений нефти и газа, содержатся в работах [Николаевский, 1970; Rice, Cleary, 1976; Segall, 1985, 1989], в которых сформулирована постановка общей задачи и развиты аналитические методы решения. Эффективность этих методов определяется правильным выбором модели среды и формулировкой уравнений движения. Особенно важны работы [Segall, 1985, 1989], в которых развито несколько аналитических

методов решения задачи, позволяющих при приемлемых упрощениях дать достаточно полное описание напряженно-деформированного состояния среды при нагнетании и извлечении флюидов.

Целью данной работы является численное моделирование напряженно-деформированного состояния среды, возникающего в результате нагнетания и извлечения флюидов. Принципиально новым является моделирование физических параметров разлома при использовании (с учетом некоторых приемлемых допущений) современных нелинейных моделей для пороупругих сред, что приводит к более высокой, по сравнению с окружающим разлом пространством, проницаемости рассматриваемой области.

## 1. Методы исследования

### 1.1. Модель сплошной среды и основные уравнения

Для решения задачи, позволяющей оценить распределение напряжений в окрестности месторождения, выбрана модель на основе теории пороупругой флюидонасыщенной среды, разработанной [Biot, 1941]. Уравнения теории М. Био могут быть адаптированы для решения широкого круга задач геомеханики.

Модель М. Био основана на трех положениях: 1) изменение давления в поровой жидкости вызывает только объемную деформацию; 2) деформации среды равновесны и обратимы; 3) движение жидкости подчиняется закону Дарси. В случае, когда в качестве определяющих параметров выбраны напряжение и поровое давление, среда описывается двумя уравнениями [Rice, Cleary, 1976; Segall, 1985, 1989]:

$$\sigma_{ij} = (\lambda_1)\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} - \frac{BK_u}{\rho_0}\Delta m\delta_{ij}, \quad (1)$$

$$\Delta m = m - m_0 = \frac{3\rho_0(\nu_u - \nu)}{2\mu B(1 + \nu)(1 + \nu_u)} \left[ \sigma_{kk} + \frac{3}{B}p \right], \quad (2)$$

где  $m_0$  и  $\rho_0$  – масса поровой жидкости и ее плотность в состоянии, принимаемом за отсчетное,  $\sigma_{ij}$  – тензор напряжения;  $\varepsilon_{ij}$  – тензор деформации;  $I_1 = \varepsilon_{kk} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$  – первый

инвариант тензора деформации;  $\mu$  – модуль сдвига;  $\lambda = \frac{2\nu_u\mu}{1 - 2\nu_u}$  – недренированный модуль Ламе;  $B$  – коэффициент Скемптона;  $K_u = \frac{2\mu(1 + \nu_u)}{3(1 - 2\nu_u)}$  – недренированный объемный модуль упругости.

Представленные уравнения содержат только четыре упругие константы: для дренированных условий – модуль сдвига  $\mu$  и коэффициент Пуассона  $\nu$ , для недренированных – коэффициенты Скемптона  $B$  и Пуассона  $\nu_u$  [Rice, Cleary, 1976]. Так, уравнение (1) связывает деформацию среды  $\varepsilon_{ij}$ , напряжение  $\sigma_{ij}$  и поровое давление  $p$ . Уравнение (2) связывает изменение флюидной массы  $\Delta m$ , среднее нормальное напряжение  $\frac{\sigma_{kk}}{3}$  и поровое давление  $p$ .

Второе положение теории приводит к тому, что в процессе деформирования пороупругой среды должно выполняться уравнение равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0. \quad (3)$$

Подставляя уравнение (1) в (3) и используя тот факт, что определение тензора деформации через вектор смещения  $u_i$  задается в виде

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (4)$$

получим следующее уравнение для вектора смещения:

$$\mu \left( \nabla^2 u_i + \frac{1}{1 - 2\nu_n} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} \right) - \frac{BK_u}{\rho_0} \frac{\partial \Delta m}{\partial x_i} = 0. \quad (5)$$

Дополнительно к уравнениям (1), (2) необходимо добавить уравнение закона Дарси, определяющего диффузию поровой жидкости, которое в линеаризованной модели без учета влияния объемных сил имеет вид

$$q_i = -\frac{\rho_0 K_s}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x_i}, \quad (6)$$

где  $q_i$  – скорость фильтрации,  $\rho_0$  и  $\eta$  – плотность и динамическая вязкость поровой жидкости соответственно,  $K_s$  – коэффициент проницаемости.

Также необходимо добавить уравнение сохранения массы:

$$\frac{\partial \Delta m}{\partial t} + \frac{\partial q_i}{\partial x_i} = y, \quad (7)$$

где  $y$  – пространственная плотность источников (и стоков).

Последнее положение теории, как показано в [Rice, Cleary, 1976], приводит к важному результату – уравнение сохранения массы приобретает вид классического уравнения диффузии. При последовательной подстановке уравнений (2)→(6)→(7) получим:

$$\frac{\partial \Delta m}{\partial t} - c \nabla^2 (\Delta m) = y, \quad (8)$$

где  $c$  – коэффициент пьезопроводности, определяемый комбинацией всех параметров задачи:

$$c = \frac{K_s}{\eta} \left[ \frac{2\mu(1-\nu)}{(1-2\nu)} \right] \left[ \frac{B^2(1+\nu_u)^2}{9(1-\nu_u)(\nu_u-\nu)} \right], \quad (9)$$

где  $K_s$ ,  $\eta$  – проницаемость пороупругой среды и вязкость сжимаемой жидкости соответственно.

Таким образом, для оценки напряженно-деформированного состояния среды необходимо решить задачу о распределении избыточной массы  $\Delta m(x, y, z, t)$  в окрестности закачки (откачки) флюида, такая задача представляется решением уравнения (8) при условии равенства нулю потока жидкости на бесконечности и начальном условии  $\Delta m = 0$ . Зависящая от времени плотность объемных источников флюидов отвечает распределению скважин и скорости закачивания. Далее решаем уравнение (5) для всей области относительно вектора смещения в каждый момент времени и по вектору смещения из (4) и (1) вычисляем деформации и напряжения, индуцированные в среде в процессе закачки (откачки) флюида. Вычисляем индуцированное поровое давление жидкости из уравнения (2).

## 1.2. Конечно-элементная модель задачи

**1.2.1. Геометрия.** Исходная модель представлена как упрощенная структура предполагаемого месторождения, помещенного в

непроницаемые породы. Так как целью работы является общая оценка напряженного состояния среды, и в частности определение напряжений на разломе, все разломы считаются вертикальными, а геологические слои – горизонтальными.

Моделируемый регион представлен как непрерывная (сплошная) среда, состоящая из двух блоков – областей, в одной из которых расположены нагнетательные скважины, а во второй – присоединенный к ней по разлому однородный по физическим свойствам блок (рис. 1). Полная модель имеет размеры  $20 \times 20 \times 5$  км. Первая область размерами  $20 \times 15 \times 5$  км по глубине разделена на три слоя. Верхний слой области мощностью 1500 м почти непроницаемый. Средний слой, в пределах которого производится закачка флюида, – высокопроницаемый, его мощность 750 м. Нижний, слабопроницаемый слой распространяется до нижней границы модели. Вторая область за зоной разлома имеет размеры  $20 \times 4.9 \times 5$  км и является слабопроницаемой. Расстояние между двумя основными блоками шириной 100 м моделирует разлом.

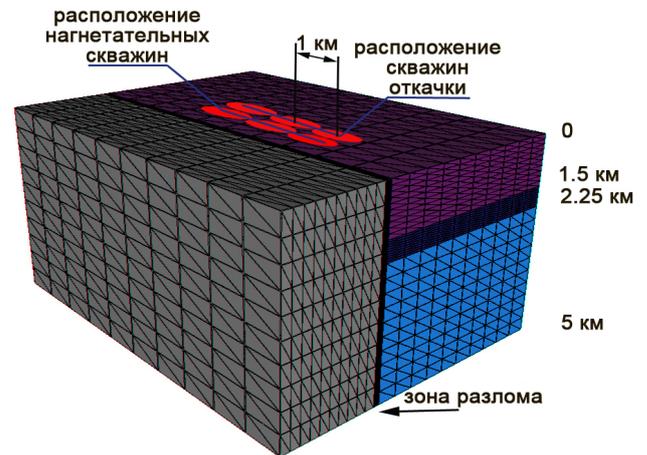


Рис. 1. Схематическое изображение исследуемой области.

**1.2.2. Физические свойства модели.** Для описанной выше модели коэффициент Скемптона  $B$ , отношение Пуассона в недrenированных ( $\nu_u$ ) и дренированных ( $\nu$ ) условиях равны 0.6, 0.33 и 0.2 соответственно, они используются во всей модели согласно [Rice,

Cleary, 1976] для формации Berea Sandstone. Исходя из данных научно-технических отчетов ИМГиГ ДВО РАН для севера Сахалина, предполагается, что плотность среды составляет  $2300 \text{ кг/м}^3$ , а величина модуля сдвига за зоной разлома равна  $5.5 \times 10^9 \text{ Па}$ .

Зона разлома (рис. 1) моделируется средой с параметром поврежденности, зависящим от времени, согласно работам [Shalev, Lyakhovskiy, 2013; Lyakhovskiy et al., 2011; Namie et al., 2004]. Для такой зоны характерна более высокая проницаемость:

$$K_s(a_d) = K_0 e^{(ba_d)}. \quad (10)$$

Здесь  $K_0$  – начальное значение проницаемости,  $b$  – константа,  $a_d$  – параметр поврежденности. Согласно работам [Shalev, Lyakhovskiy, 2013; Lyakhovskiy et al., 2011; Namie et al., 2004], когда параметр поврежденности (трещиноватости) достигает значений  $0.58$ – $0.7$ , проницаемость среды возрастает на  $5$ – $6$  порядков. Основываясь на данном факте, коэффициент пьезопроводности для данной области выбран равным  $0.6 \times 10^5 \text{ м}^2/\text{с}$ . Для модулей упругости в зоне разлома в уравнении (1) приняты следующие предположения:

$$\lambda = \text{const}; \quad \mu = \mu_0 + \gamma \zeta_0 a_d, \quad (11)$$

где  $\gamma = 920 \text{ МПа}$ ,  $\zeta_0$  – критическое отношение инвариантов деформации [Агноп, Lyakhovskiy, 1995], которое соответствует нейтральному состоянию между разупрочнением (рост  $a_d$ ) и упрочнением (уменьшение  $a_d$ ) среды.  $\zeta_0$  связано с углом трения, и из ряда экспериментальных измерений было найдено, что  $\zeta_0$  есть величина отрицательная порядка единицы [Lyakhovskiy et al., 1997; Liu et al., 2001]. В нашей модели  $\zeta_0 = -0.8$ . Соотношения (11) между модулями упругости и переменной поврежденности  $a_d$  используются для учета влияния концентрации микротрещин на упругие свойства объема. Также предполагается, что микротрещины не изменяют энергию жидкости. Поэтому модуль и коэффициент Био не зависят от  $a_d$ . Такая линейная зависимость является приближением первого порядка более общих моделей для эффективных модулей и их зависимости от пористо-

сти в пороупругой среде [Dvorkin et al., 1994; Mavko, Mukerji, 1995; Hudson, 2000]. Данная линейная аппроксимация подтверждается экспериментальными наблюдениями, проводимыми на песчаниках [Dvorkin, Nur, 1996].

Физические параметры в зависимости от глубины для рассматриваемой области представлены в таблице.

### Распределение по глубине коэффициента пьезопроводности и модуля сдвига

Глубина, м	$c, \text{ м}^2/\text{с}$	$\mu, \text{ Па}$
0–1 500	$10^{-4}$	$5.33 \times 10^9$
1 500–2 250	0.6	$5.43 \times 10^9$
2 250–10 000	$10^{-3}$	$5.62 \times 10^9$

**1.2.3. Нагрузки.** Предполагается, что закачивание воды выполняется через 3 скважины, расстояния между которыми равны 1 км. Закачивание воды в коллектор производится на интервале глубин  $1500$ – $2250 \text{ м}$  (рис. 1) с постоянной скоростью  $40 \text{ кг/с}$  для каждого из 3 источников. Одновременно с закачкой воды происходит откачка углеводородов из остальных трех скважин со скоростью  $10 \text{ кг/с}$  для каждой скважины. Каждый источник флюидов моделируется цилиндром высотой  $35 \text{ м}$  и диаметром  $0.2 \text{ м}$ . Объемная плотность источников флюидов, функция  $u$  в уравнении (8), определяется делением массы закачиваемой/откачиваемой в единицу времени жидкости на объем скважины.

**1.2.4. Граничные условия.** При решении задачи протекания флюидов граничные условия сводятся к нулевому потоку жидкости через все внешние границы моделируемой области (условия непротекания). При расчете напряжений было исключено движение среды как целого. Поэтому для нижней и боковой поверхности все компоненты смещения равны нулю. Верхняя внешняя граница оставлена свободной.

## 2. Результаты и обсуждение

Численные расчеты для данной задачи производились при использовании про-

граммных библиотек с открытым кодом Freefem++, предназначенным для численного решения дифференциальных уравнений в частных производных в некотором домене или доменах. Расчет выполняется по сетке, основанной на методе конечных элементов (триангуляция).

На рис. 2 приведены результаты численного моделирования закачки /откачки флюидов в зону коллектора. Принятые в нашей модели предположения о высокой проницаемости разлома приводят к распространению флюида во всей его плоскости.

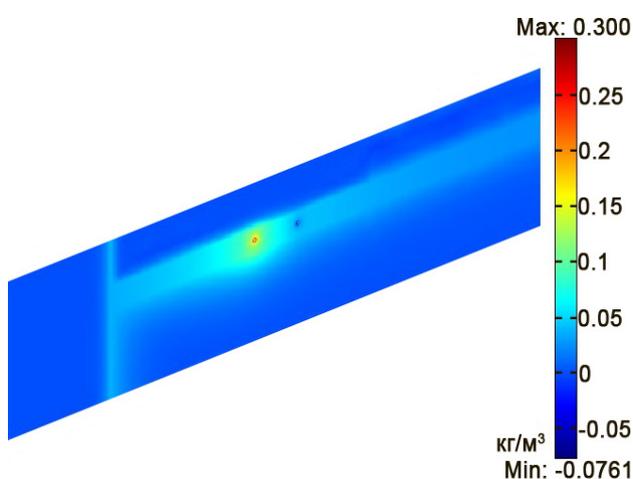


Рис. 2. Растекание жидкости в вертикальной плоскости, проходящей через центр области, на 10-м году разработки месторождения.

На рис. 3, 4 представлены полные смещения, возникающие в результате внешнего техногенного воздействия. Так, на 10-м году полное смещение в зоне разлома достигает 7 мм, как показано на рис. 3б, при этом на свободной поверхности вблизи расположения нагнетательных скважин максимум составляет 12.7 мм (рис. 4).

Для описанной нами выше области, схематически представленной на рис. 1, в зависимости от планируемой закачки и извлечения флюида произведены численные расчеты избыточных касательных напряжений, возникающих в результате техногенного воздействия на среду в течение 10 лет. За величину избыточного касательного напряжения принята такая скалярная мера, как интенсивность касательных напряжений по Мизесу:

$$\sigma_{miz} = \left[ \frac{1}{2} \left\{ (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2) \right\} \right]^{1/2} \quad (12)$$

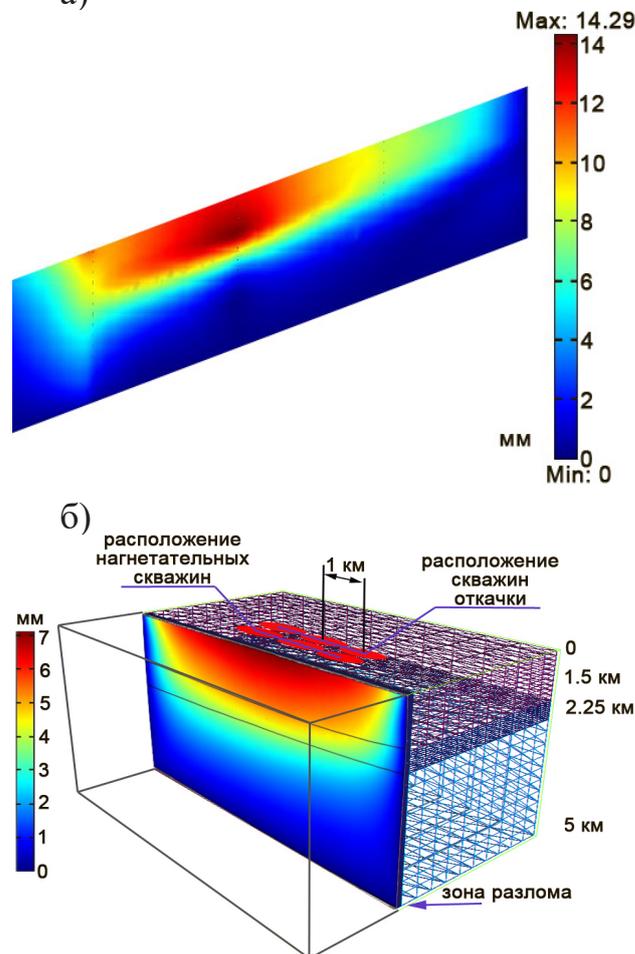


Рис. 3. Полные смещения, возникающие в вертикальной плоскости, проходящей через центр области (а) и через зону разлома (б), на 10-м году эксплуатации месторождения.

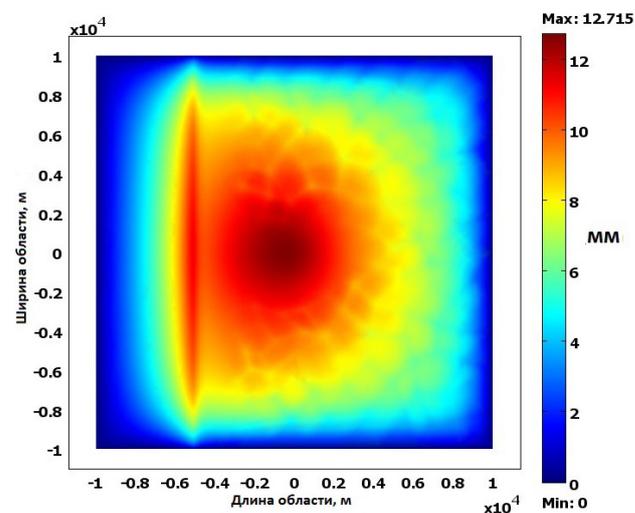
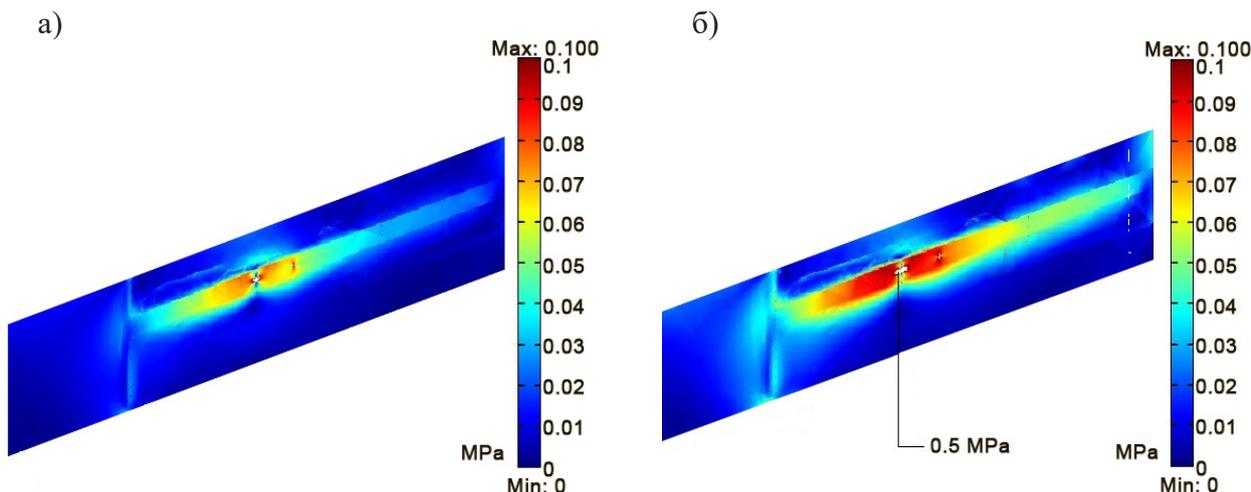
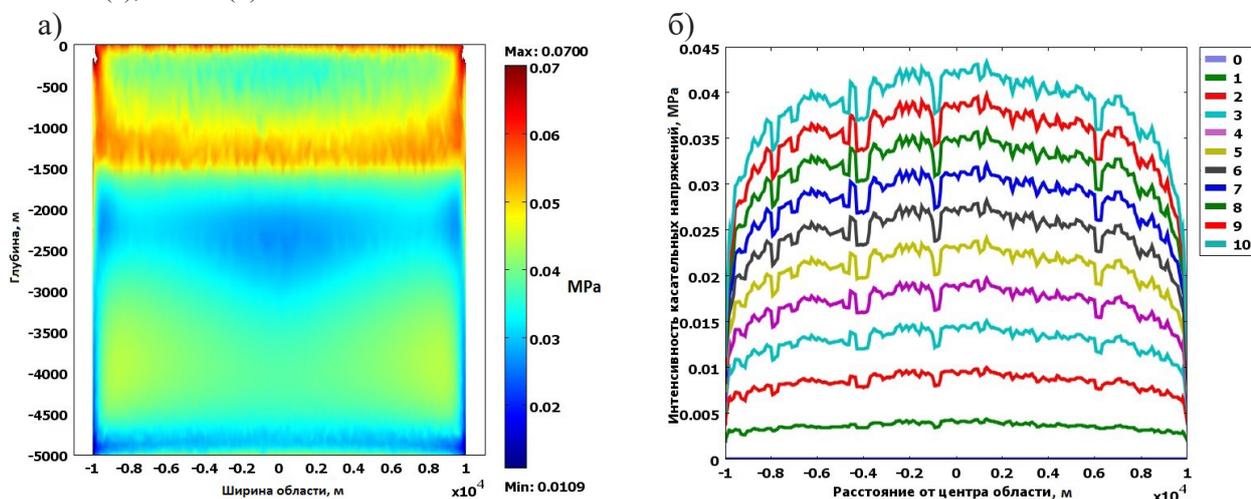


Рис. 4. Полные смещения на свободной поверхности на 10-м году разработки месторождения.



**Рис 5.** Интенсивность касательных напряжений в вертикальной плоскости, проходящей через центр области, при одновременном обводнении месторождения и откачивании углеводородов в течение 5 лет (а), 10 лет (б).



**Рис 6.** Интенсивность касательных напряжений, возникающих в результате закачки жидкости в геосреду и откачки углеводородов, в течение 10 лет эксплуатации месторождения: в плоскости разлома (а) и вдоль линии разлома на глубине 5 км (б); каждая линия на графике имеет свой маркер и номер, который соответствует времени (измеряемому годом), прошедшему от начала закачки.

Расчет избыточных касательных напряжений, возникающих вследствие закачки попутных вод и откачке углеводородов, дает возможность сделать следующие выводы:

1. Максимальная величина избыточных касательных напряжений через 10 лет после начала закачивания жидкости и извлечения углеводородов в пласте на глубине 1500–2250 м достигает 0.5 МПа (рис. 5б).

2. Результаты численного моделирования показывают, что в зоне разлома вследствие ее повышенной проницаемости величина избыточных касательных напряжений может достигать 0.07 МПа (рис. 6а).

3. Существует зависимость интенсивности избыточных касательных напряжений, возник-

ающих на глубине 5 км вдоль плоскости разлома длиной 20 км на расстоянии 5 км от скважин, от времени разработки месторождения (рис. 6б). Величины касательного напряжения монотонно возрастают на протяжении всего периода эксплуатации и достигают максимального значения  $4.5 \times 10^{-2}$  МПа на 10-м году. Однако следует отметить, что реальный срок промышленной эксплуатации месторождений составляет обычно несколько десятков лет.

Принятое в нашей модели предположение резкого скачка проницаемости в зоне разлома обуславливает отличие интенсивности касательных напряжений на порядок по сравнению с моделью, где разлом моделируется только плоской границей между областями,

как показано в работах [Заболотин и др., 2016; Zabolotin et al., 2016a, 2016b].

Моделирование нагнетания/откачки флюидов шестью скважинами дает более равномерное распределение интенсивности избыточных касательных напряжений вдоль всей линии разлома в отличие от модели [Заболотин и др., 2016], в которой источник флюидов был представлен только одной скважиной.

### Заключение

В данной работе представлена модифицированная теоретическая модель для расчета местных полей напряжений, возникающих при нагнетании и извлечении флюидов в процессе эксплуатации месторождений углеводородов. Получены новые результаты компьютерных расчетов поля напряжений вблизи разлома. Результаты численного моделирования показывают, что расчетная величина избыточных касательных напряжений через 10 лет закачки жидкости и извлечения флюидов составляет порядка 0.045 МПа на глубине 5 км. При этом на 10-м году полное смещение в зоне разлома достигает 7 мм на свободной поверхности.

### Список литературы

1. Адушкин В.В., Турунтаев С.Б. Техногенная сейсмичность – индуцированная и триггерная. М.: ИДГ РАН, 2015. 364 с.
2. Заболотин А.Е., Коновалов А.В., Лоскутов А.В., Турунтаев С.Б. Моделирование триггерного сейсмического и геодформационного процессов при нагнетании жидкости в геосреду // Тихоокеан. геология. 2016. Т. 35, № 6. С. 26–37.
3. Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970. 335 с.
4. Agnon A., Lyakhovsky V. Damage distribution and localization during dyke intrusion // The Physics and Chemistry of Dykes / Eds Baer G., Heimann A. Balkema, Brookfield: A.A. Balkema Publ., 1995. P. 65–78.
5. Biot M.A. General theory of three-dimensional consolidation // J. Appl. Phys. 1941. Vol. 12. P. 155–164.
6. Dvorkin J., Nur A. Elasticity of high-porosity sandstones: theory for two North Sea datasets // Geophysics. 1996. Vol. 61. P. 1363–1370.
7. Dvorkin J., Nur A., Yin H. Effective properties of cemented granular materials // Mech. of Mater. 1994. Vol. 18. P. 351–366.
8. Hamiel Y., Lyakhovsky V., Agnon A. Coupled evolution of damage and porosity in poroelastic media: theory and applications to deformation of porous rocks // Geophys. J. Intern. 2004. Vol. 156, N 3. P. 701–713. doi:10.1111/j.1365-246X.2004.02172.x
9. Hudson J.A. The effect of fluid pressure on wave speeds in a cracked solid // Geophys. J. Intern. 2000. Vol. 143, N 2. P. 302–310.
10. Liu Y., Lyakhovsky V., Ben-Zion Y., Lockner D.A. Visco-elastic damage rheology model: theory and experimental verification // EOS, Trans. AGU, 2001. Vol. 82, N 47. Fall Meet. Suppl., abstr. T51A-0844.
11. Lyakhovsky V., Ben-Zion Y., Agnon A. Distributed damage, faulting, and friction // J. Geophys. Res. 1997. Vol. 102, N B12. P. 27635–27649.
12. Lyakhovsky V., Hamiel Y., Ben-Zion Y. A non-local visco-elastic damage model and dynamic fracturing // J. Mech. and Physics Solids. 2011. Vol. 59. P. 1756–1772.
13. Mavko G., Mukerji T. Seismic pore space compressibility and Gassmann's relation // Geophysics. 1995. Vol. 60, N 6. P. 1743–1749.
14. Rice J.R., Cleary M.P. Some basic stress diffusion solutions for fluid-saturated elastic porous media with compressible constituents // Rev. Geophys. Space Phys. 1976. Vol. 14. P. 227–241.
15. Segall P. Earthquakes triggered by fluid extraction // Geology. 1989. Vol. 17. P. 942–946.
16. Segall P. Stress and subsidence resulting from subsurface fluid withdrawal in the epicentral region of the 1983 Coalinga earthquake // J. Geophys. Res. 1985. Vol. 90. P. 6801–6816.
17. Shalev E., Lyakhovsky V. The processes controlling damage zone propagation induced by wellbore fluid injection // Geophys. J. Intern. 2013. Vol. 193, N 1. P. 209–219.
18. Wells D., Coppersmith K. New empirical relationships among magnitude, rupture length, rupture width, rupture area and surface displacement // Bull. Seism. Soc. Am. 1994. Vol. 84, N 4. P. 974–1002.
19. Zabolotin A., Kononov A.V., Stepnov A.A., Tomilev D.E., Sychov A.S. Fluid injection induced seismicity in the oil and gas field areas: Monitoring and modeling // Mechanics, Materials Science & Engineering. 2016a. Vol. 4. P. 170–178. doi:10.13140/RG.2.1.5102.4249.
20. Zabolotin A., Kononov A., Stepnov A., Sychov A., Tomilev D. Activation of fluid injection-induced triggered seismicity // 16-th Intern. Multidisciplinary Scientific GeoConf. SGEM, 30 June – 6 July. Conf. Proc., 2016b. B. 1, Vol. 3. P. 389–394. doi:10.5593/SGEM2016/B13/S05.049.

Сведения об авторах

ЗАБОЛОТИН Андрей Евгеньевич – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории сейсмологии,  
ТОМИЛЕВ Даниил Евгеньевич – аспирант.  
Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск